

# Hipóteses de cálculo: estádios e domínios

---

PROF<sup>a</sup> ENG<sup>a</sup> CIVIL PATRÍCIA DOS SANTOS ANDRADE

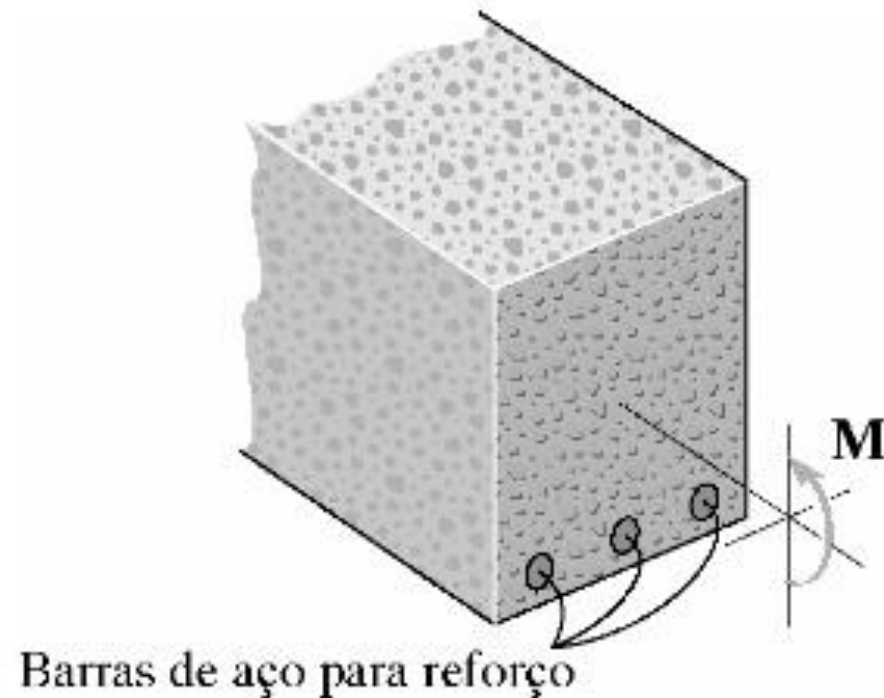
Alagoinhas, Ba

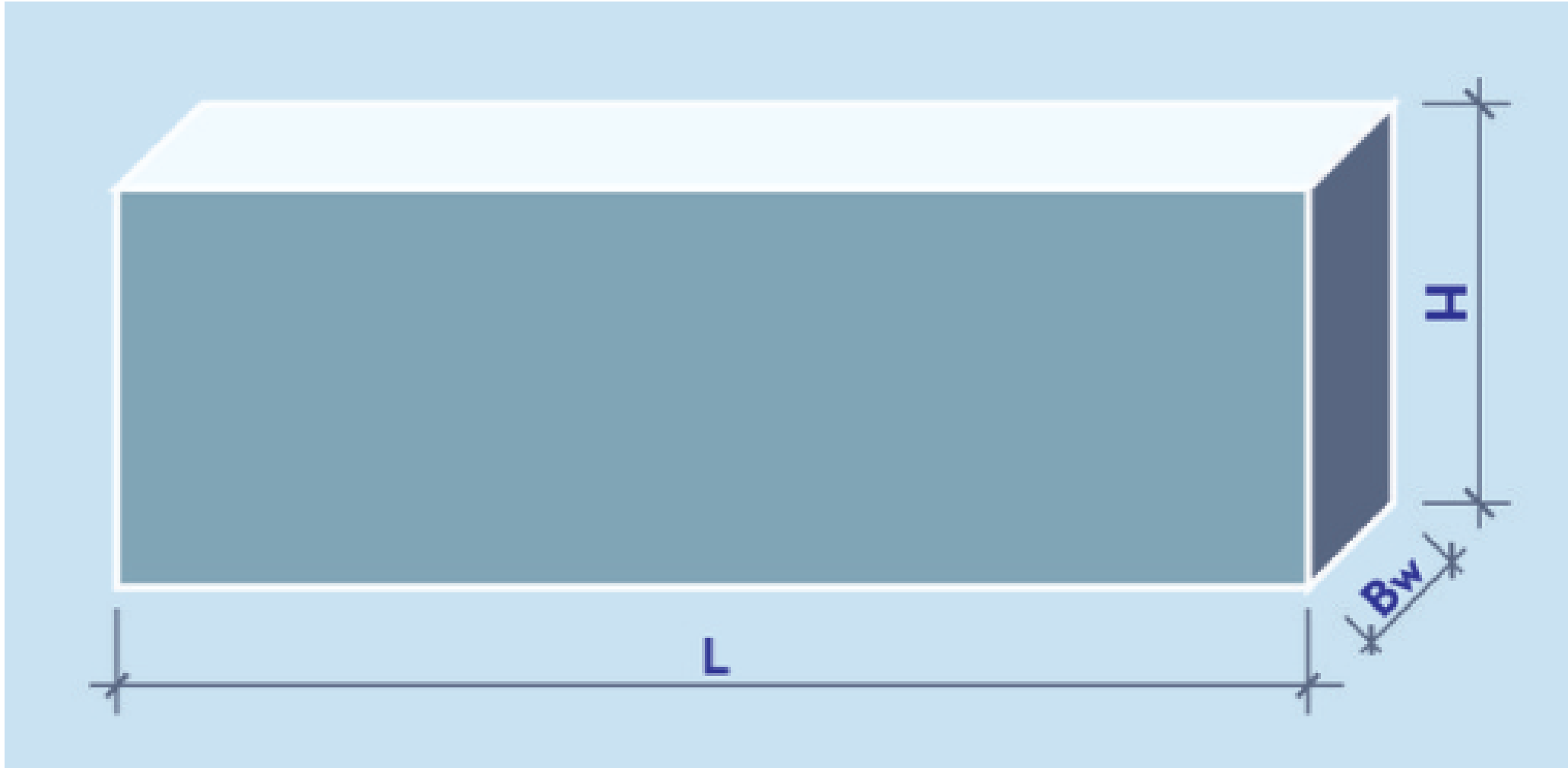
# Por que armar um concreto?

---

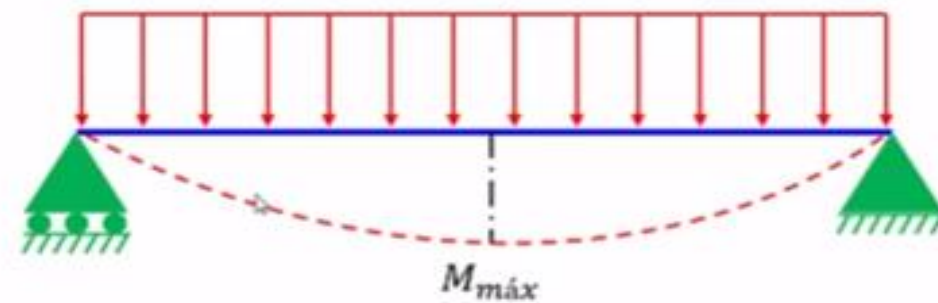
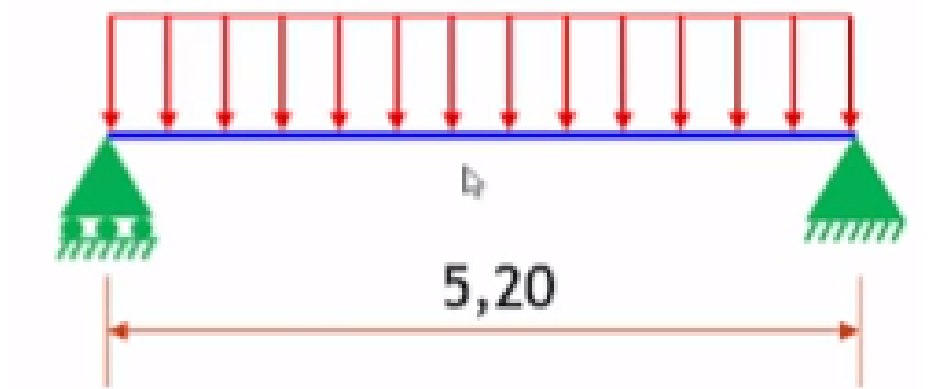
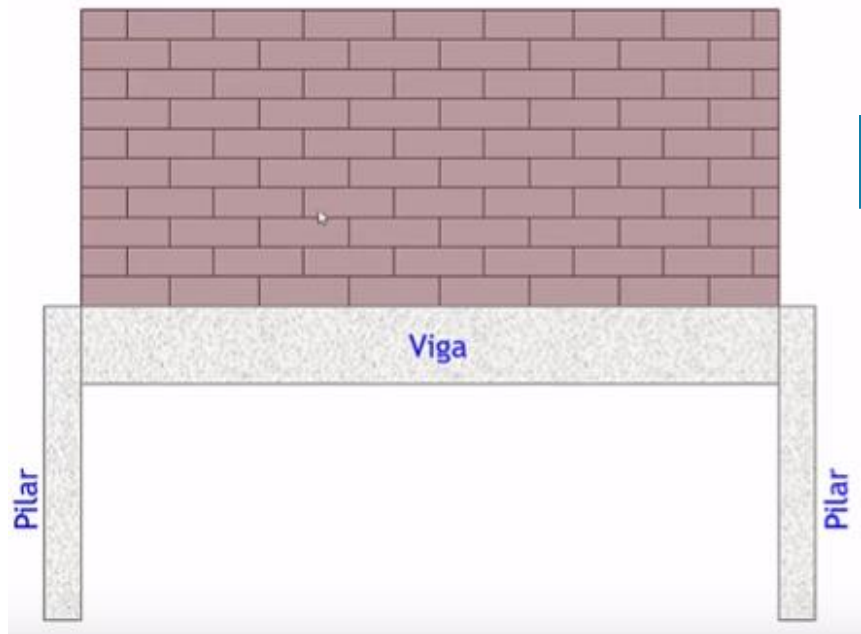
Porque ele tem boa resistência à compressão, porém baixa resistência à tração;

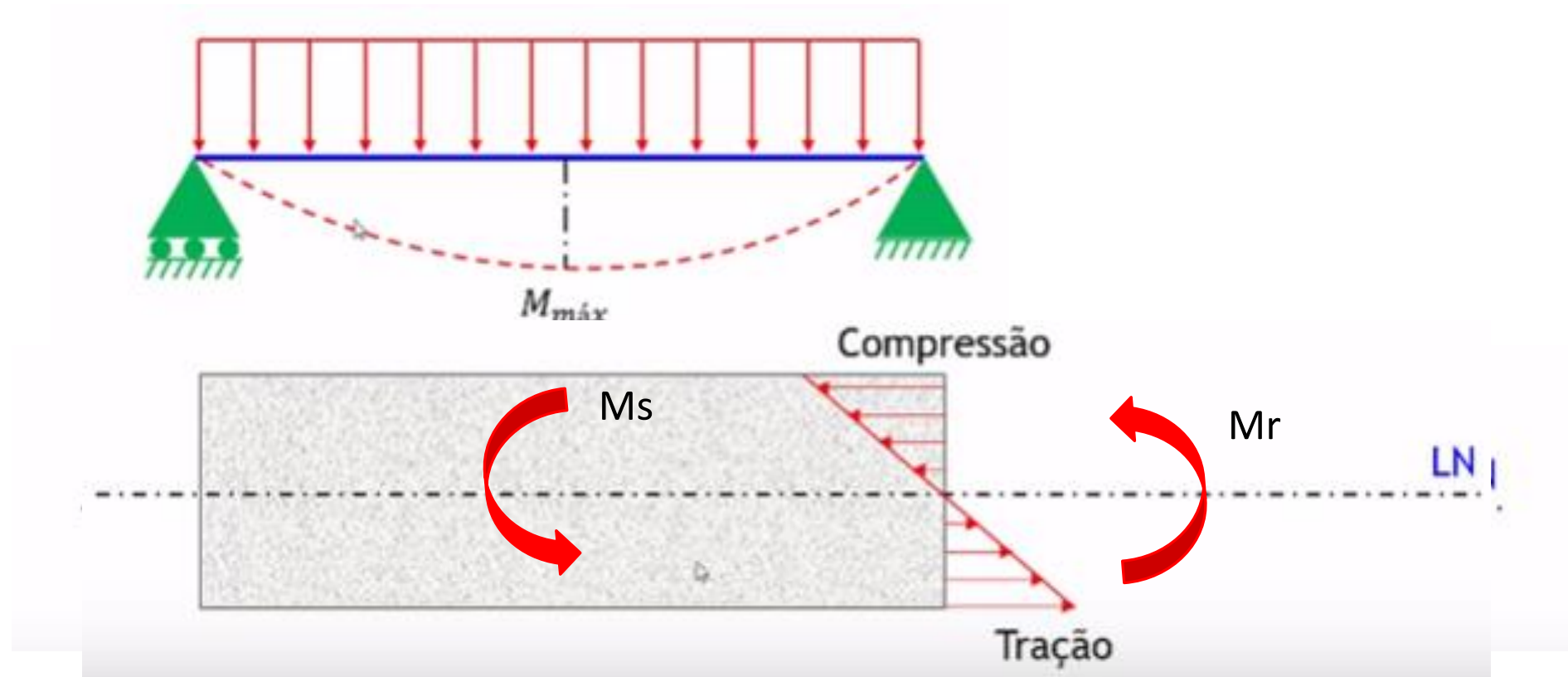
$$f_{ct} \cong \frac{f_c}{10}$$





# Relembrando...





# Hipóteses de dimensionamento

---

Uma seção transversal ao eixo do elemento estrutural indeformado permanece plana

No estado-limite último (ELU) despreza-se obrigatoriamente a resistência do concreto à tração;

O ELU é caracterizado segundo os domínios de deformação;

A deformação em cada barra de aço é a mesma do concreto no seu entorno, ou seja, existe uma aderência entre os vergalhões de aço e o concreto







**Ninhos de concretagem  
(bicheira)**



# Os estádios

---

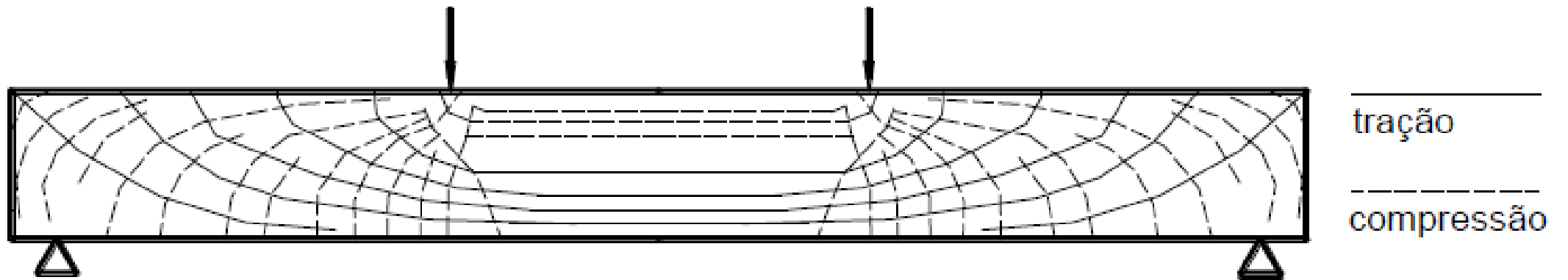
- Refere-se aos níveis de deformação que uma estrutura submetida a um momento fletor crescente pode atingir até a sua ruptura

# Os estádios

---

## ESTÁDIO I

- Início do carregamento;
- As tensões atuantes menores que a resistência à tração do concreto;
- Válido a lei de Hooke;
- Momento de fissuração – limite entre os estádio 1 e 2;
- O estágio I termina quando o concreto fissura



# Os estádios

---

## ESTÁDIO II

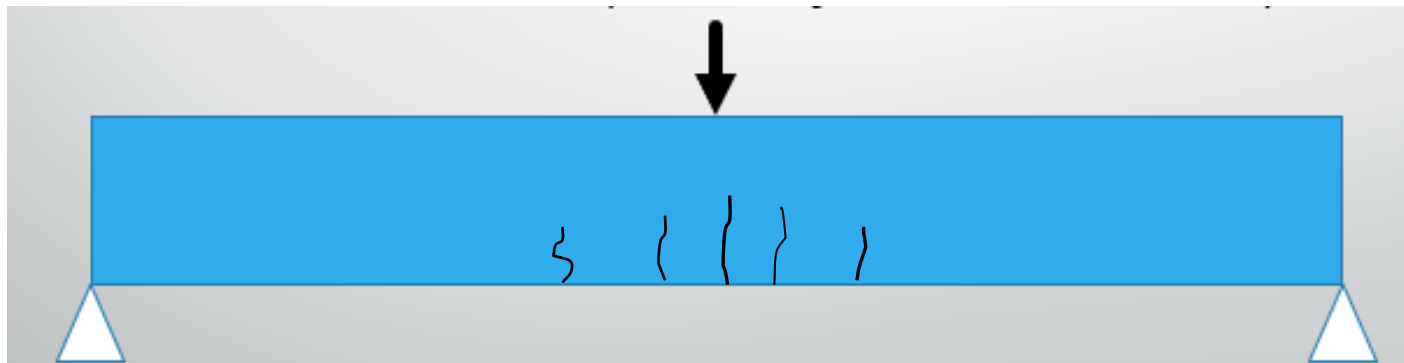
Seção fissurada – concreto não resiste mais à tração;

Mas, o concreto comprimido ainda atende a Lei de Hooke;

Verificações de Estados Limites de serviço (fissuração e flechas);

Aumento do carregamento – aumento das fissuras;

O estágio II termina com a plastificação do concreto comprimido;



# Os estádios

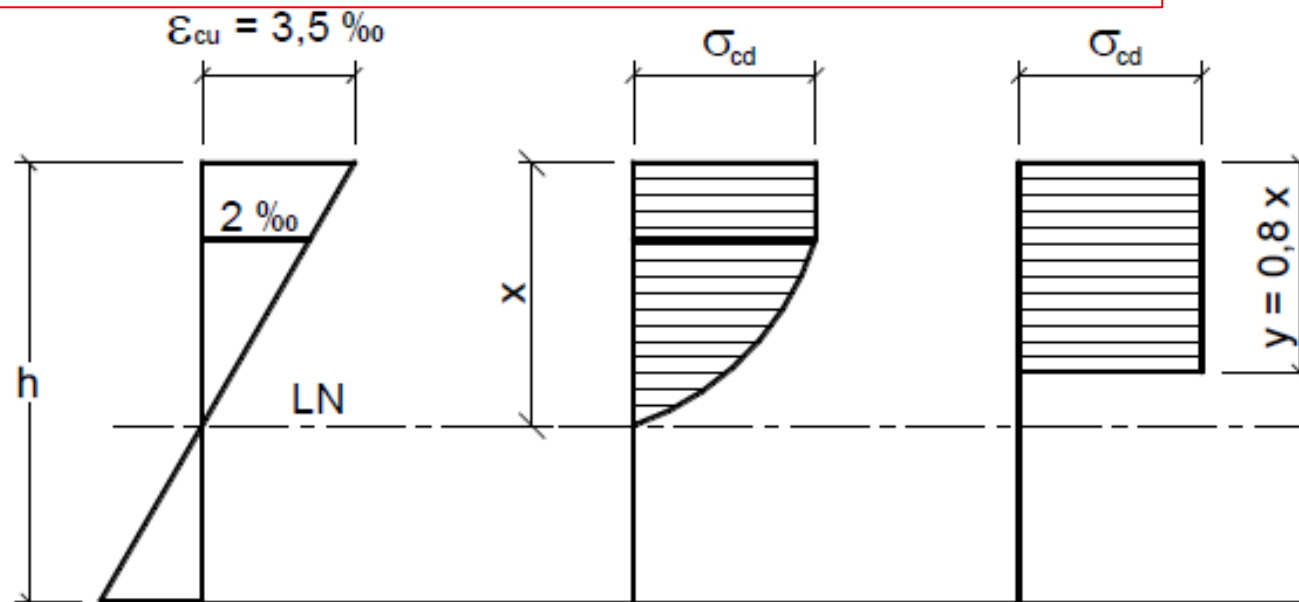
## ESTÁDIO III

O concreto comprimido está plastificado e na iminência de ruptura;

Diagrama de tensões parábola-retangular;

É nesse estágio que normalmente se dimensiona as estruturas;

**O dimensionamento da viga é feito no estágio III!!!!**



# Domínios de deformação na ruína

---

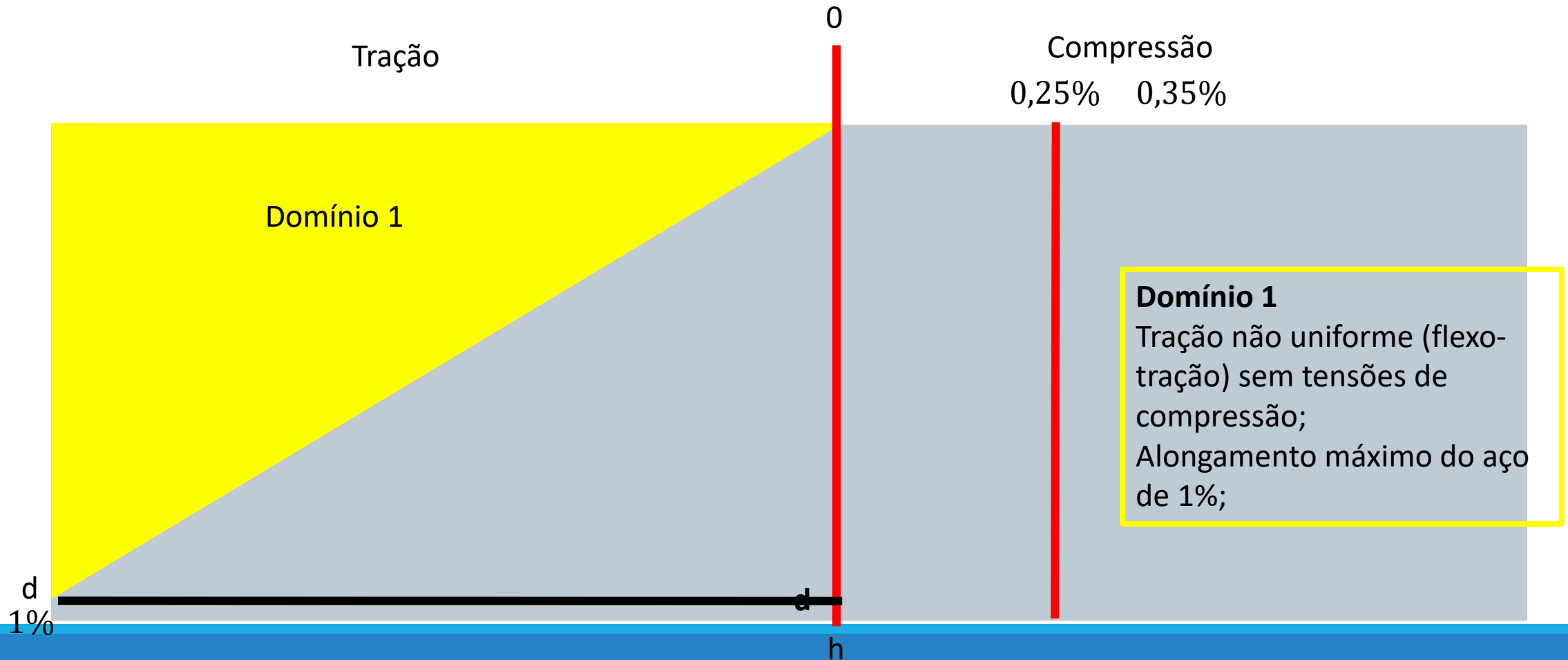
Domínios de deformação: são os diversos casos possíveis de distribuição das deformações do concreto e do aço na seção transversal;

Encurtamentos últimos do concreto

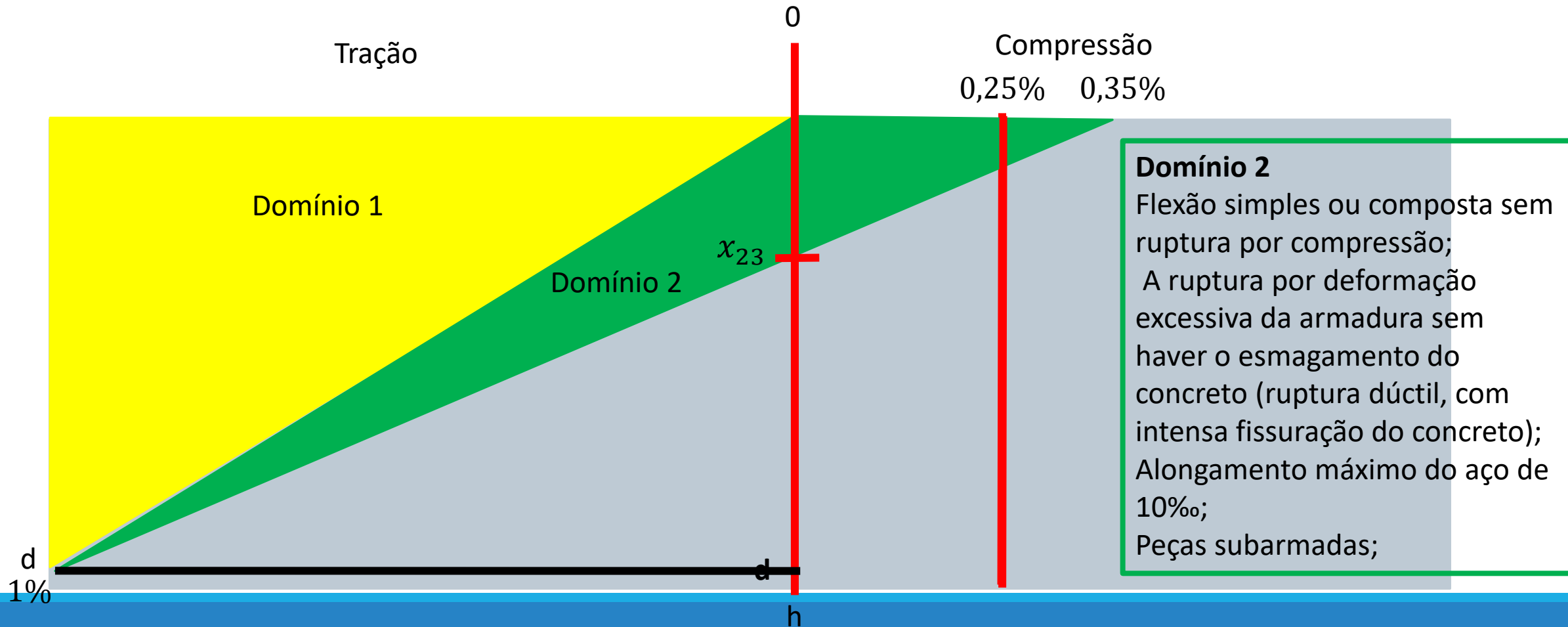
- seções não inteiramente comprimidas (flexão)  $\epsilon_{cu} = 3,5\%$
- seções inteiramente comprimidas  $\epsilon_{cu} = 2\%$  a  $3,5\%$

Alongamento último do aço:  $\epsilon_{su} = 10\%$

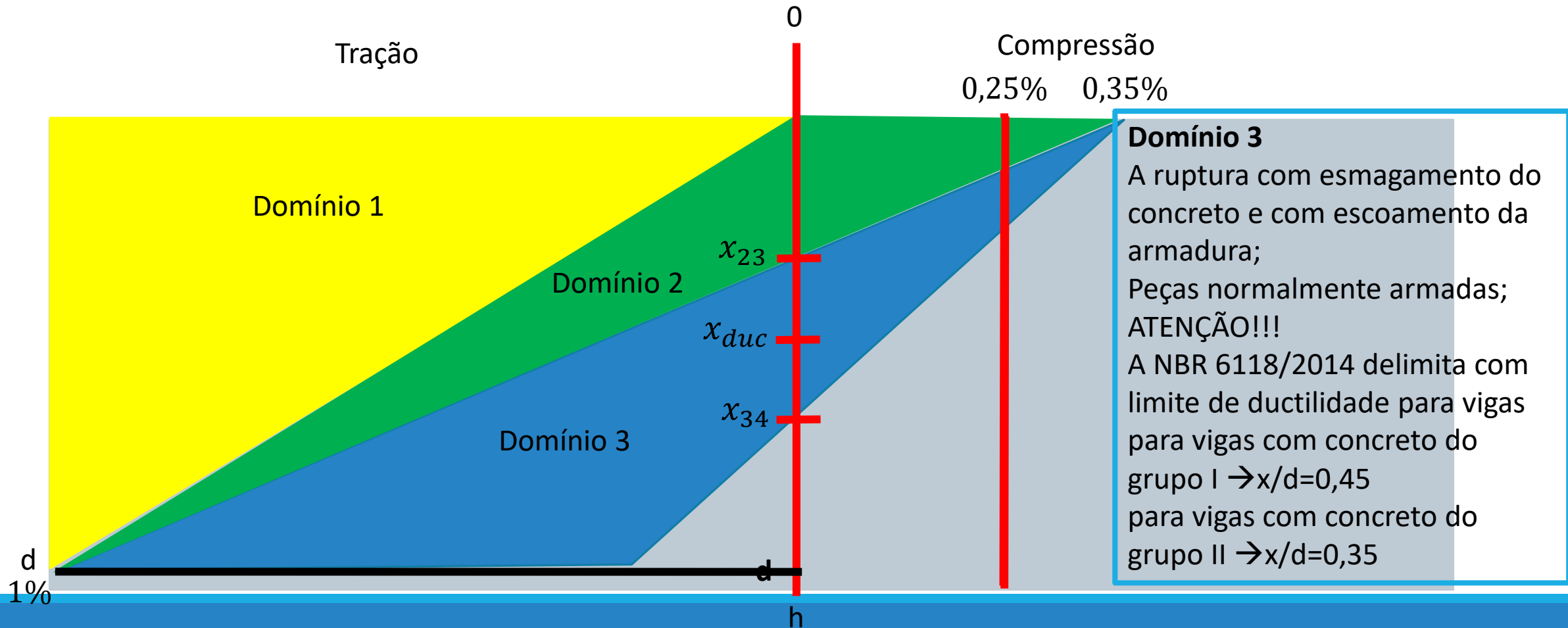
# Domínios



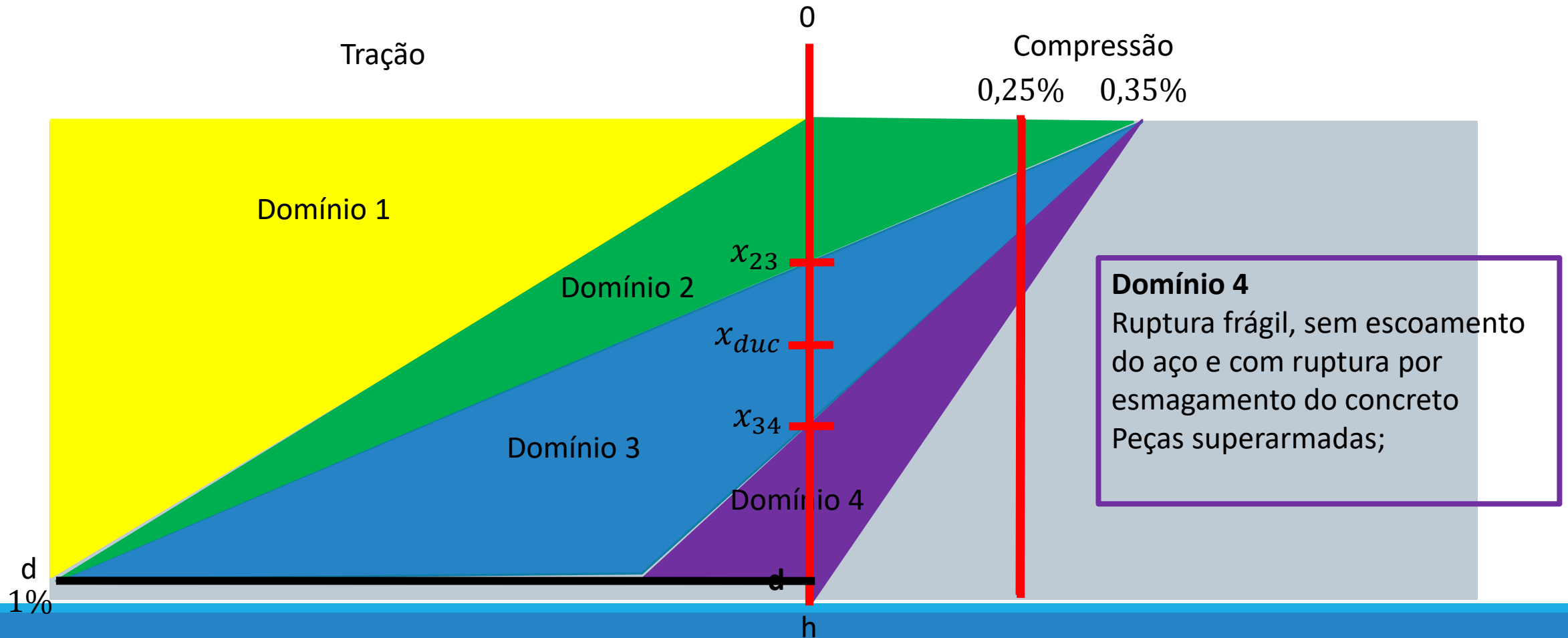
# Domínios



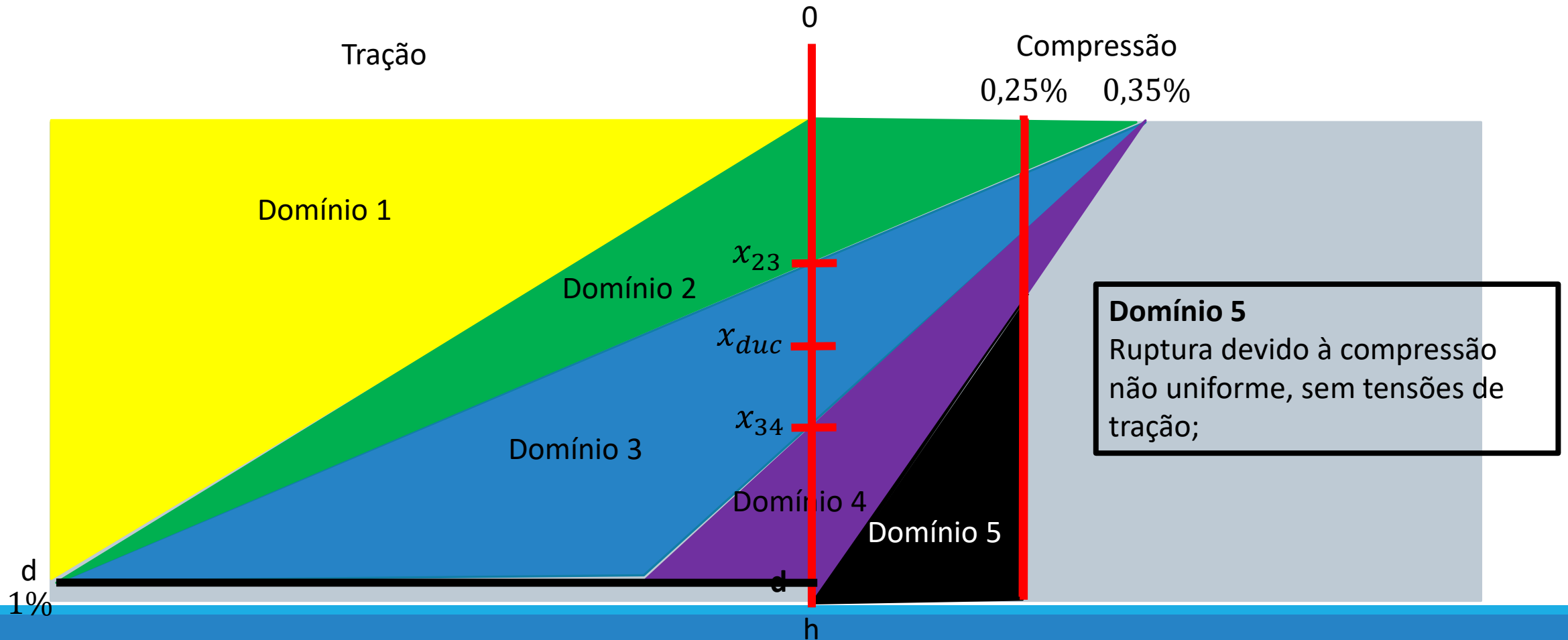
# Domínios



# Domínios

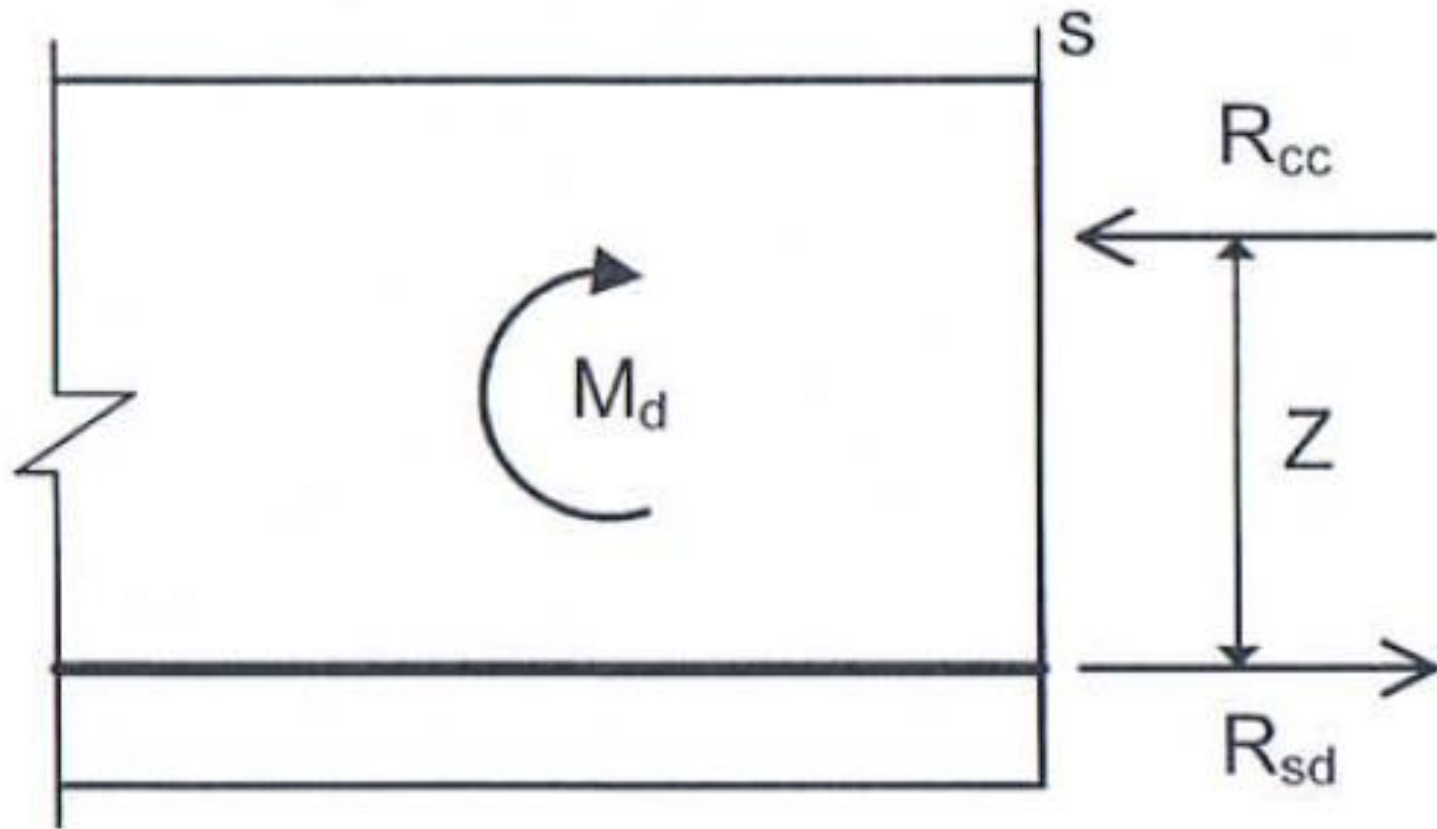


# Domínios



# Flexão simples

---



# Método de cálculo 1 – equações de equilíbrio

---

A formulação dos esforços internos resistentes da seção é feita com base nas equações de equilíbrio das forças normais e dos momentos fletores

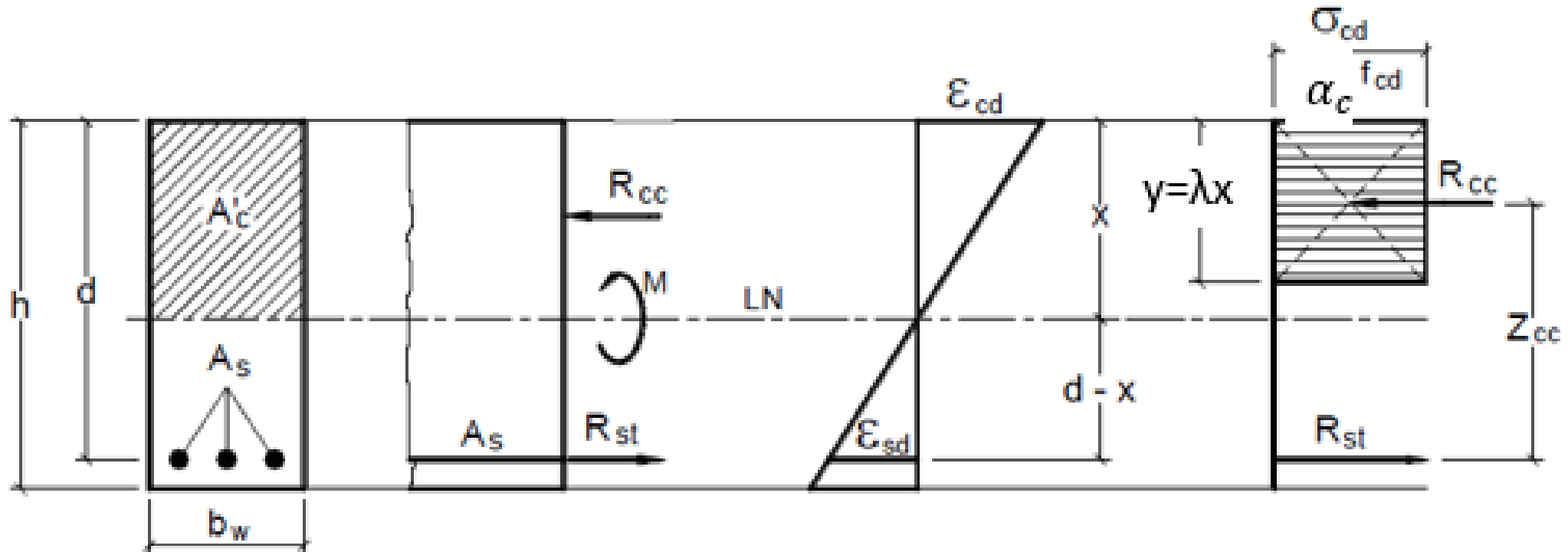
Para concretos de classes até C50  $\rightarrow \alpha_c = 0,85$  e  $\lambda = 0,8$

Para concretos de classe C55 até C90

$$\rightarrow \alpha_c = 0,85 * \left[ 1,0 - \frac{(f_{ck} - 50)}{200} \right]$$

$$\rightarrow \lambda = 0,8 - \frac{(f_{ck} - 50)}{400}$$

$f_{ck}$  é a resistência característica do concreto e deverá entrar nessas equações em MPa



$$\sum M = 0 \rightarrow M_d = R_{st} * z$$

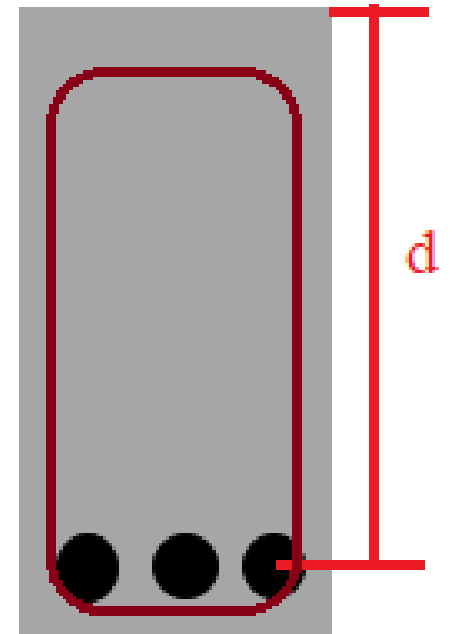
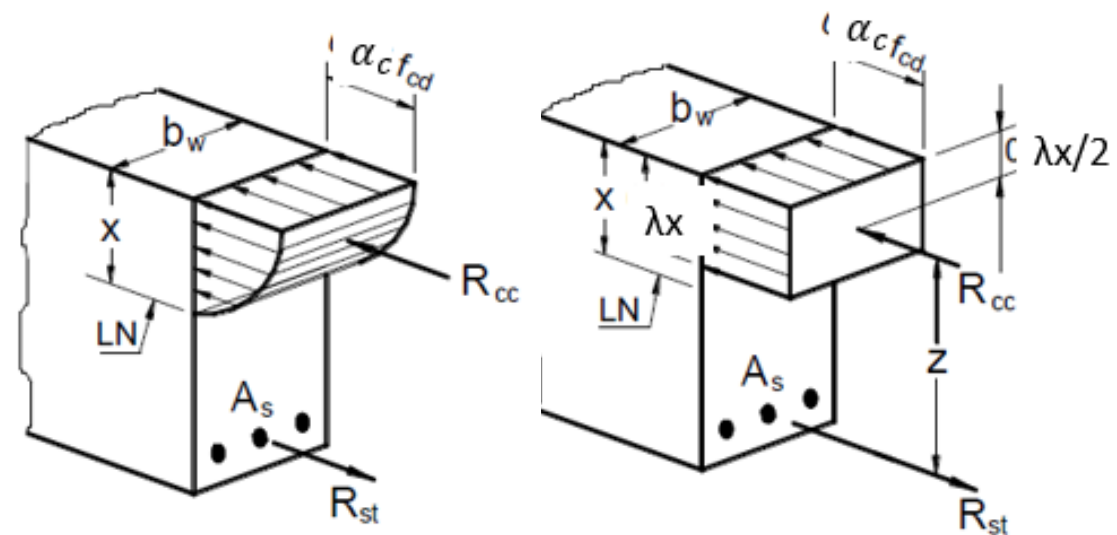
$$M_d = R_{cc} * z$$

$$M_{sd} = \alpha_c * f_{cd} * \lambda * x * b_w * \left(d - \frac{\lambda * x}{2}\right)$$

$$M_d = R_{st} * z$$

$$M_{sd} = \sigma_{sd} * A_s * \left(d - \frac{\lambda * x}{2}\right)$$

$$A_s = \frac{M_{sd}}{f_{yd} * \left(d - \frac{\lambda * x}{2}\right)}$$



$\alpha_c$  e  $\lambda$  são coeficientes que dependem do grupo do concreto  
 $x$  altura da linha neutra com relação à fibra mais comprimida

$b_w$  largura da viga

$d$  altura útil da viga (distância do centro de gravidade da armadura de combate a tração até a fibra mais comprimida)

$f_{cd}$  resistência de projeto do concreto, sendo  $f_{cd} = \frac{f_{ck}}{1,4}$

$f_{yd}$  resistência de projeto do aço, sendo  $f_{yd} = \frac{f_y}{1,15}$

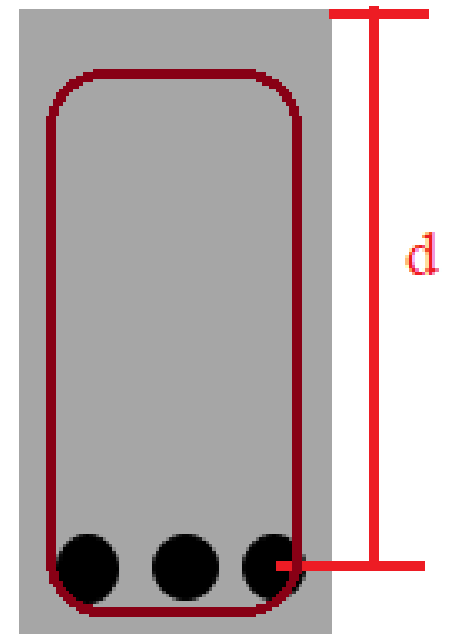
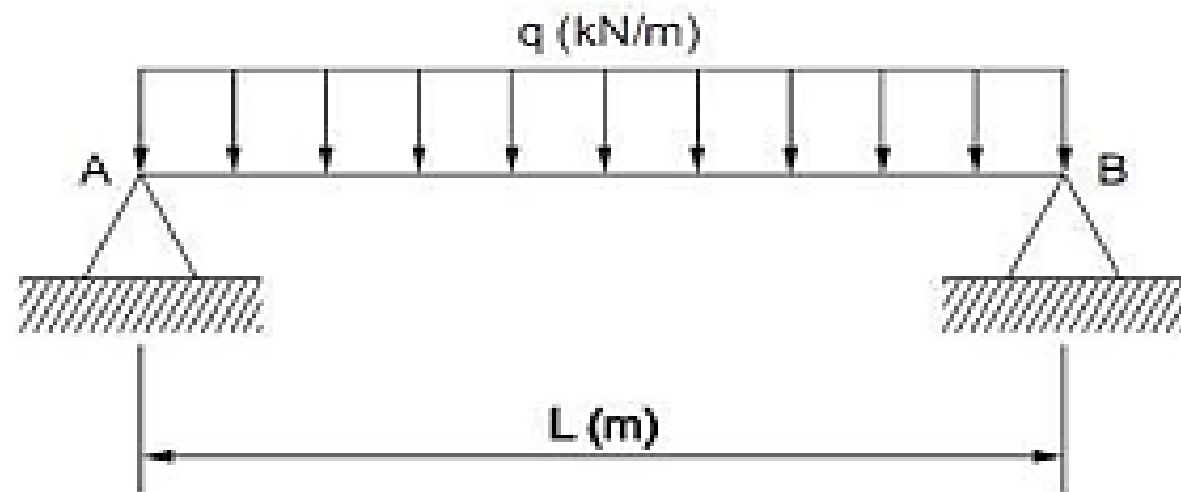
# Exemplo 1

Determinar a área de aço e a armadura de uma viga com seção 15x40, biapoiada e com 4 m de comprimento utilizando o método 1 para dimensionamento de vigas. A viga está submetida a uma carga característica  $q$  igual a 24 kN/m. *Adotar um estribo com diâmetro de 10 mm ou 1 cm*

classe de agressividade ambiental 2 e concreto de C25

$q = 24 \text{ kN/m}$

$C = 30 \text{ mm ou } 3 \text{ cm}$



# Resolução

---

## 1. Força solicitante de projeto devido às forças externas

$$F_{sd} = \gamma_c * q$$

$$F_{sd} = 1,4 * 24$$

$$F_{sd} = 33,6 \text{ kN/m}$$

# Resolução

---

## 2. Momento solicitante de projeto devido às forças externas

$$M_{sd} = \frac{F_{sd} * l^2}{8}$$

$$M_{sd} = \frac{33,6 * 4^2}{8}$$

$$M_{sd} = 67,2 \text{ kN.m ou } 6720 \text{ kN.cm}$$

# Resolução

---

## 3. Determinação da altura da linha neutra

$d = h - c - \text{diâmetro estribo}$

$$d = 40 - 3 - 1$$

$$d = 36 \text{ cm}$$

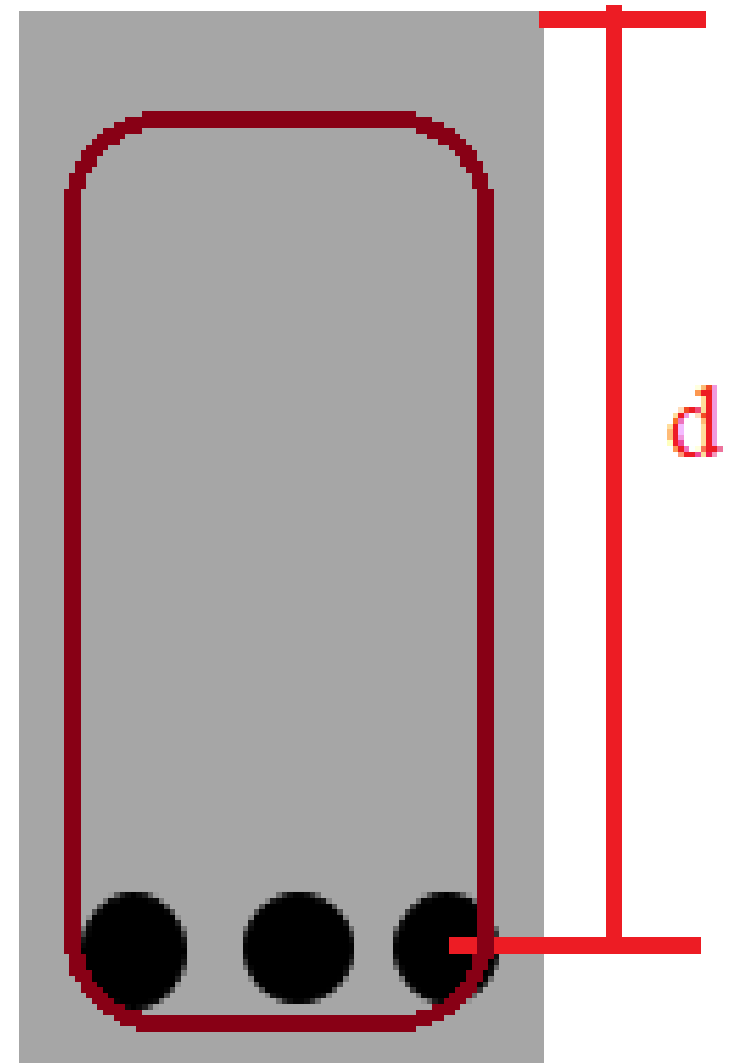
$$M_{sd} = \alpha_c * f_{cd} * \lambda * x * b_w * \left( d - \frac{\lambda * x}{2} \right)$$

Concreto C25  $\rightarrow f_{ck} = 25 \text{ MPa} < 50 \text{ MPa}$

$$\rightarrow \alpha_c = 0,85 \text{ e } \lambda = 0,8$$

$$M_{sd} = 0,85 * f_{cd} * 0,8 * x * b_w * \left( d - \frac{0,8 * x}{2} \right)$$

$$M_{sd} = 0,68 * f_{cd} * x * b_w * (d - 0,4 * x)$$



# Resolução

---

## 3. Determinação da altura da linha neutra

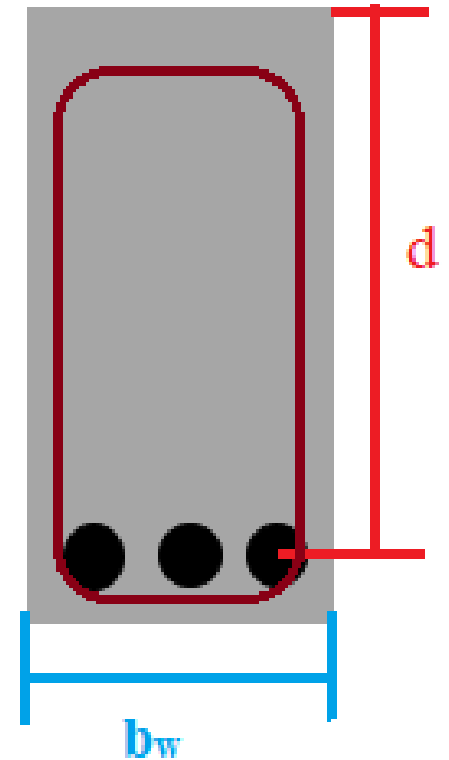
$$M_{sd} = 0,68 * f_{cd} * x * b_w * (d - 0,4 * x)$$

$$6720 = 0,68 * \left(\frac{2,5}{1,4}\right) * x * 15 * (36 - 0,4 * x)$$

$$\frac{6720}{15 * 0,68 * \left(\frac{2,5}{1,4}\right)} = x * (36 - 0,4 * x)$$

$$368,94 = 36 * x - 0,4 * x^2$$

$$0 = -0,4 * x^2 + 36 * x - 368,94$$



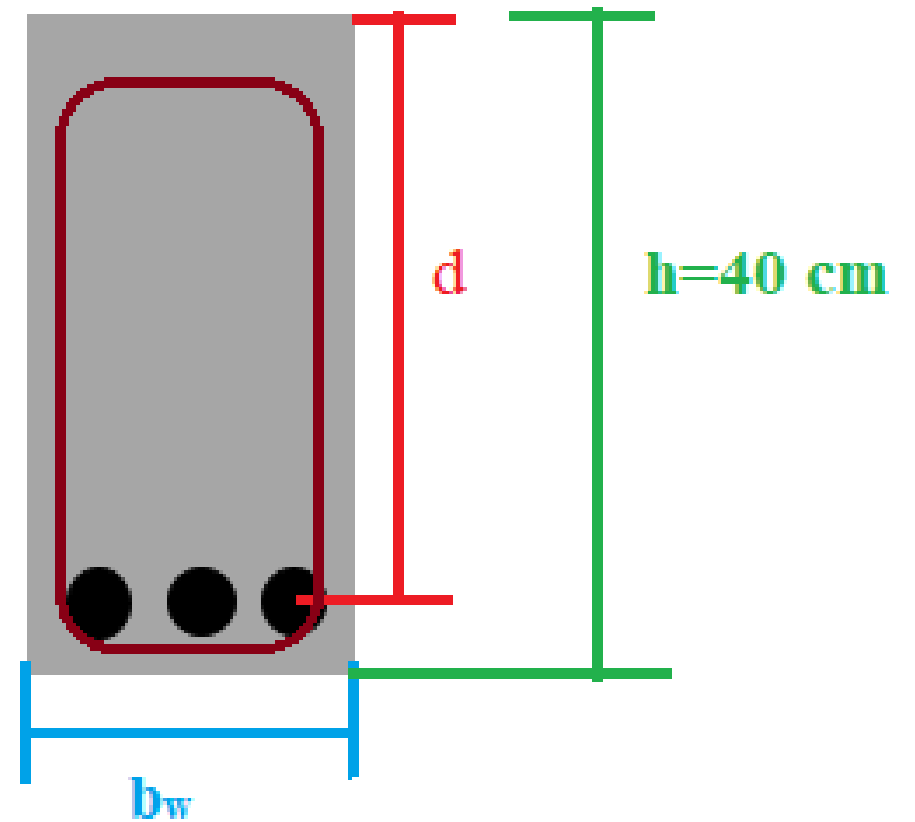
# Resolução

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-36 \pm \sqrt{36^2 - (4 \cdot -0,4 \cdot -368,94)}}{2 \cdot -0,4}$$

$$x_1 = 11,8 \text{ cm}$$

$$x_2 = 78,2 \text{ cm}$$



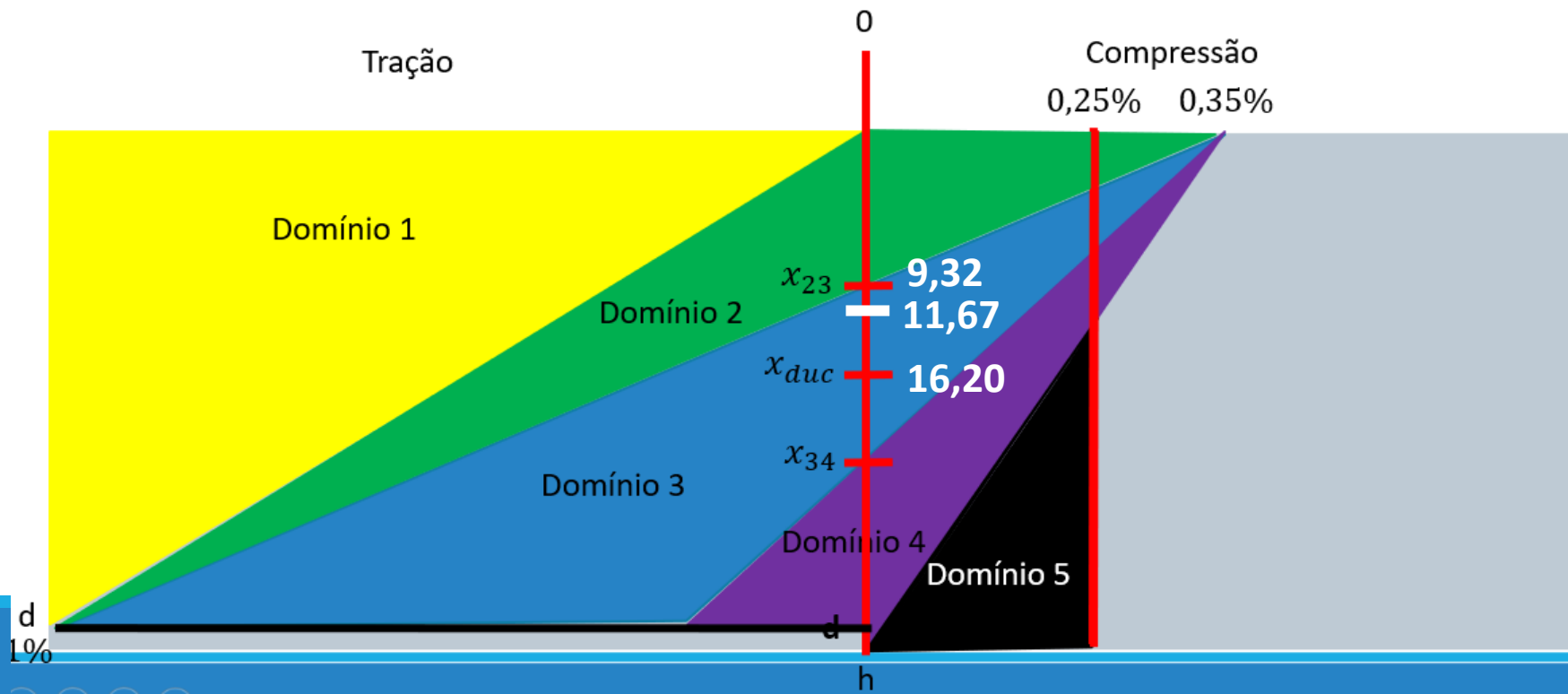
# Resolução

Viga está no domínio 3 e atende ao quesito de ductilidade!!!!!!

4. verificação da altura da linha neutra

$$x_{23} = 0,259 * d \longrightarrow x_{23} = 0,259 * 36 \longrightarrow x_{23} = 9,32 \text{ cm}$$

$$x_{duc} = 0,45 * d \longrightarrow x_{duc} = 0,45 * 36 \longrightarrow x_{duc} = 16,20 \text{ cm}$$



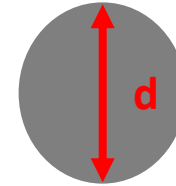
# Resolução

5. determinar a área de aço e a armadura

$$A_s = \frac{M_{sd}}{f_{yd} * (d - \frac{\lambda * x}{2})}$$

$$A_s = \frac{6.720}{(\frac{50}{1,15}) * (36 - 0,4 * 11,8)}$$

$$A_s = 4,89 \text{ cm}^2$$



Diâmetro (mm)	Área unitária ( $A_{uni}$ ) (cm <sup>2</sup> )	Número de barras
8	$A = \frac{\pi * d^2}{4}$ $A = \frac{\pi * 0,8^2}{4} = 0,50$	$A_s / A_{uni} = 4,89 / 0,5$ $= 9,78 = 10$
10		
12,5		
16		
20		

# Método de cálculo 2 – Tabelas $K_c$ e $K_s$

---

Seja um  $\beta$  dado por:

$$\beta = x/d$$

Sendo  $d$  a altura útil e  $x$  a altura da linha neutra

$$K_c = \frac{b_w * d^2}{M_{sd}} \qquad A_s = K_s * \frac{M_{sd}}{d}$$

$K_c$  é o coeficiente dado em  $\text{cm}^2/\text{kN}$

$b_w$  é a largura da viga  $\text{cm}$

$d$  é a altura útil da viga em  $\text{cm}$  (distância do centro de gravidade da armadura de tração até a fibra mais comprimida)

$M_{sd}$  é o momento solicitante de projeto em  $\text{kN.cm}$

$A_s$  é a área de aço em  $\text{cm}^2$

$K_s$  é o coeficiente dado em  $\text{cm}^2/\text{kN}$

$\beta = x/d$  determina a altura da linha neutra e também o domínio

$K_c$  conforme a classe do concreto. Ex.: C20 é o concreto com  $f_{ck}=20$  MPa. Notem que só é válida a tabela para concretos de até 50 MPa

$K_s$  para o aço CA-50

domínio

## FLEXÃO SIMPLES EM SEÇÃO RETANGULAR - ARMADURA SIMPLES

$\beta_x = \frac{x}{d}$	$K_c$ (cm <sup>2</sup> /kN)								$K_s$ (cm <sup>2</sup> /kN)	Dom.
	C15	C20	C25	C30	C35	C40	C45	C50	CA-50	
0,01	137,8	103,4	82,7	68,9	59,1	51,7	45,9	41,3	0,023	
0,02	69,2	51,9	41,5	34,6	29,6	25,9	23,1	20,8	0,023	
0,03	46,3	34,7	27,8	23,2	19,8	17,4	15,4	13,9	0,023	
0,04	34,9	26,2	20,9	17,4	14,9	13,1	11,6	10,5	0,023	
0,05	28,0	21,0	16,8	14,0	12,0	10,5	9,3	8,4	0,023	
0,06	23,4	17,6	14,1	11,7	10,0	8,8	7,8	7,0	0,024	
0,07	20,2	15,1	12,1	10,1	8,6	7,6	6,7	6,1	0,024	
0,08	17,7	13,3	10,6	8,9	7,6	6,6	5,9	5,3	0,024	
0,09	15,8	11,9	9,5	7,9	6,8	5,9	5,3	4,7	0,024	
0,10	14,3	10,7	8,6	7,1	6,1	5,4	4,8	4,3	0,024	
0,11	13,1	9,8	7,8	6,5	5,6	4,9	4,4	3,9	0,024	
0,12	12,0	9,0	7,2	6,0	5,1	4,5	4,0	3,6	0,024	
0,13	11,1	8,4	6,7	5,6	4,8	4,2	3,7	3,3	0,024	
0,14	10,4	7,8	6,2	5,2	4,5	3,9	3,5	3,1	0,024	

# Exemplo 1

Determinar a área de aço e a armadura de uma viga com seção 15x40, biapoiada e com 4 m de comprimento utilizando o método 1 para dimensionamento de vigas. A viga está submetida a uma carga característica  $q$  igual a 24 kN/m. *Adotar um estribo com diâmetro de 10 mm ou 1 cm*

classe de agressividade ambiental 2 e concreto de C25

$q = 24 \text{ kN/m}$

$C = 30 \text{ mm ou } 3 \text{ cm}$

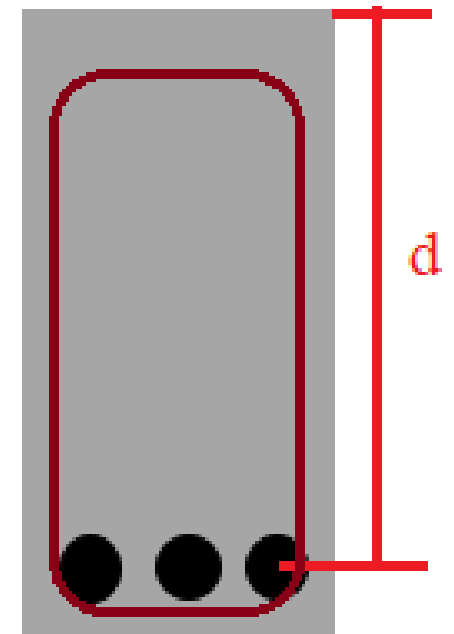
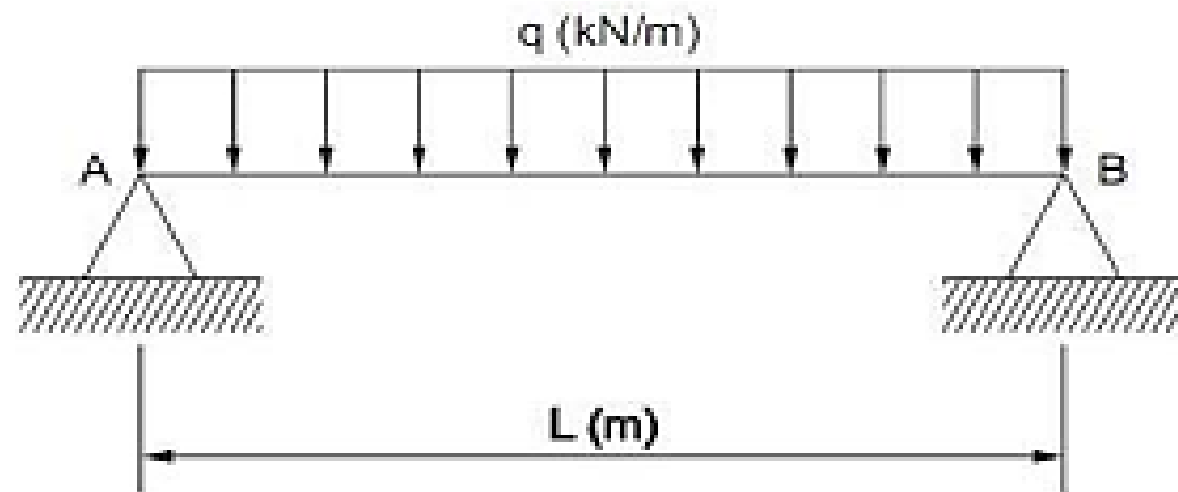


Imagem representativa da seção transversal

# Resolução

---

## 1. Força solicitante de projeto devido às forças externas

$$F_{sd} = \gamma_c * q$$

$$F_{sd} = 1,4 * 24$$

$$F_{sd} = 33,6 \text{ kN/m}$$

# Resolução

---

## 2. Momento solicitante de projeto devido às forças externas

$$M_{sd} = \frac{F_{sd} * l^2}{8}$$

$$M_{sd} = \frac{33,6 * 4^2}{8}$$

$$M_{sd} = 67,2 \text{ kN.m ou } 6720 \text{ kN.cm}$$

# Resolução

---

## 3. determinar $K_c$

$d = h - c$  - diâmetro estribo

$$d = 40 - 3 - 1$$

$$d = 36 \text{ cm}$$

$$K_c = \frac{b_w * d^2}{M_{sd}}$$

$$K_c = \frac{15 * 36^2}{6.720}$$

$$K_c = 2,89$$

## FLEXÃO SIMPLES EM SEÇÃO RETANGULAR - ARMADURA SIMPLES

$\beta_x = \frac{x}{d}$	$K_c \text{ (cm}^2/\text{kN)}$									Dom.
	C15	C20	C25	C30	C35	C40	C45	C50	CA-50	
0,01	137,8	103,4	82,7	68,9	59,1	51,7	45,9	41,3	0,023	
0,02	69,2	51,9	41,5	34,6	29,6	25,9	23,1	20,8	0,023	
0,03	46,3	34,7	27,8	23,2	19,8	17,4	15,4	13,9	0,023	
0,04	34,9	26,2	20,9	17,4	14,9	13,1	11,6	10,5	0,023	
0,05	28,0	21,0	16,8	14,0	12,0	10,5	9,3	8,4	0,023	
0,06	23,4	17,6	14,1	11,7	10,0	8,8	7,8	7,0	0,024	
0,07	20,2	15,1	12,1	10,1	8,6	7,6	6,7	6,1	0,024	
0,08	17,7	13,3	10,6	8,9	7,6	6,6	5,9	5,3	0,024	
0,26	5,9	4,4	3,5	2,9	2,5	2,2	2,0	1,8	0,026	
0,27	5,7	4,3	3,4	2,8	2,4	2,1	1,9	1,7	0,026	
0,28	5,5	4,1	3,3	2,8	2,4	2,1	1,8	1,7	0,026	
0,29	5,4	4,0	3,2	2,7	2,3	2,0	1,8	1,6	0,026	
0,30	5,2	3,9	3,1	2,6	2,2	1,9	1,7	1,6	0,026	
0,31	5,1	3,8	3,0	2,5	2,2	1,9	1,7	1,5	0,026	
0,32	4,9	3,7	3,0	2,5	2,1	1,8	1,6	1,5	0,026	
0,33	4,8	3,6	2,9	2,4	2,1	1,8	1,6	1,4	0,026	
0,34	4,7	3,5	2,8	2,3	2,0	1,8	1,6	1,4	0,027	
0,35	4,6	3,4	2,7	2,3	2,0	1,7	1,5	1,4	0,027	
0,36	4,5	3,3	2,7	2,2	1,9	1,7	1,5	1,3	0,027	
0,37	4,4	3,3	2,6	2,2	1,9	1,6	1,5	1,3	0,027	
0,38	4,3	3,2	2,6	2,1	1,8	1,6	1,4	1,3	0,027	
0,40	4,1	3,1	2,5	2,0	1,8	1,5	1,4	1,2	0,027	
0,42	3,9	2,9	2,4	2,0	1,7	1,5	1,3	1,2	0,028	3
0,44	3,8	2,8	2,3	1,9	1,6	1,4	1,3	1,1	0,028	
0,45	3,7	2,8	2,2	1,9	1,6	1,4	1,2	1,1	0,028	
0,46	3,7	2,7	2,2	1,8	1,6	1,4	1,2	1,1	0,028	
0,27	5,7	4,3	3,4	2,8	2,4	2,1	1,9	1,7	0,026	

# Resolução

---

## 4. verificando o domínio

O domínio nesse caso pode ser verificado através do  $\beta$  e por meio da própria tabela

$$K_c = 2,89 \rightarrow \beta = 0,33 < 0,45$$

→ atende a ductilidade segundo a NBR 6118/2014

Ou

$$\beta = x/d$$

$$0,33 = x/36$$

$$\rightarrow x = 36 * 0,33$$

$$\rightarrow x = 11,88 \text{ cm}$$

$$x_{23} = 0,259 * d$$

$$x_{duc} = 0,45 * d$$



$$x_{23} = 9,32 \text{ cm}$$

$$x_{duc} = 16,20 \text{ cm}$$

# Resolução

---

*5. determinar a área de aço e a armadura*

$$K_c = 2,89$$

$$\rightarrow K_s = 0,026$$

$$\rightarrow A_s = K_s * \frac{M_{sd}}{d}$$

$$A_s = 0,026 * \frac{6.720}{36}$$

$$A_s = 4,85 \text{ cm}^2$$

Diâmetro (mm)	Área unitária (cm <sup>2</sup> )	Número de barras
8	0,50	4,85/0,5 = 9,7 = 10
10	0,78	4,85/0,78 = 7
12,5	1,23	4
16	2,01	3
20	3,14	2

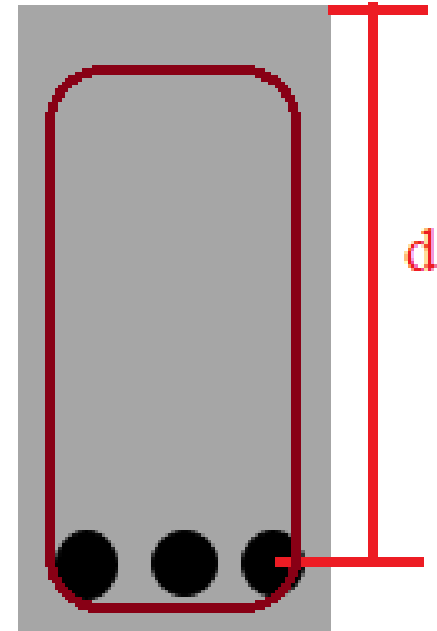
# A escolha da armadura

---

A escolha de uma das combinações listadas deve levar em conta os fat

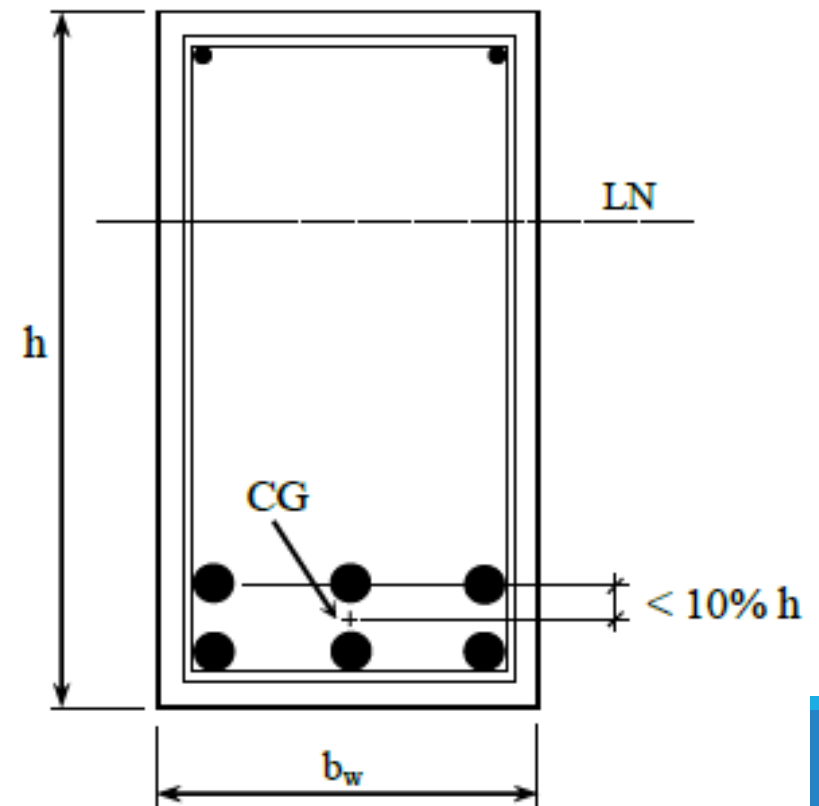
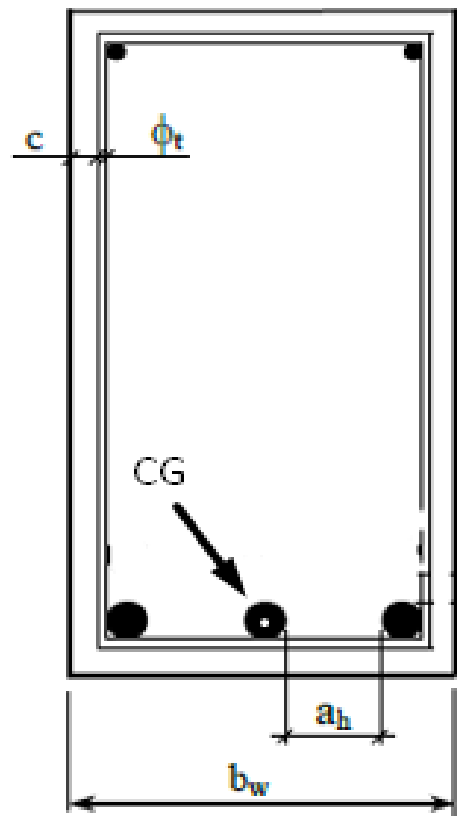
- fissuração;
- facilidade de execução
- porte da obra;
- número de camadas de barras;
- exequibilidade (largura da viga principalmente), entre outros.

Detalhamentos com uma única camada resultam seções mais resistentes que seções com duas ou mais camadas de barras, pois quanto mais próximo estiver o centro de gravidade da armadura à borda tracionada, maior será a resistência da seção



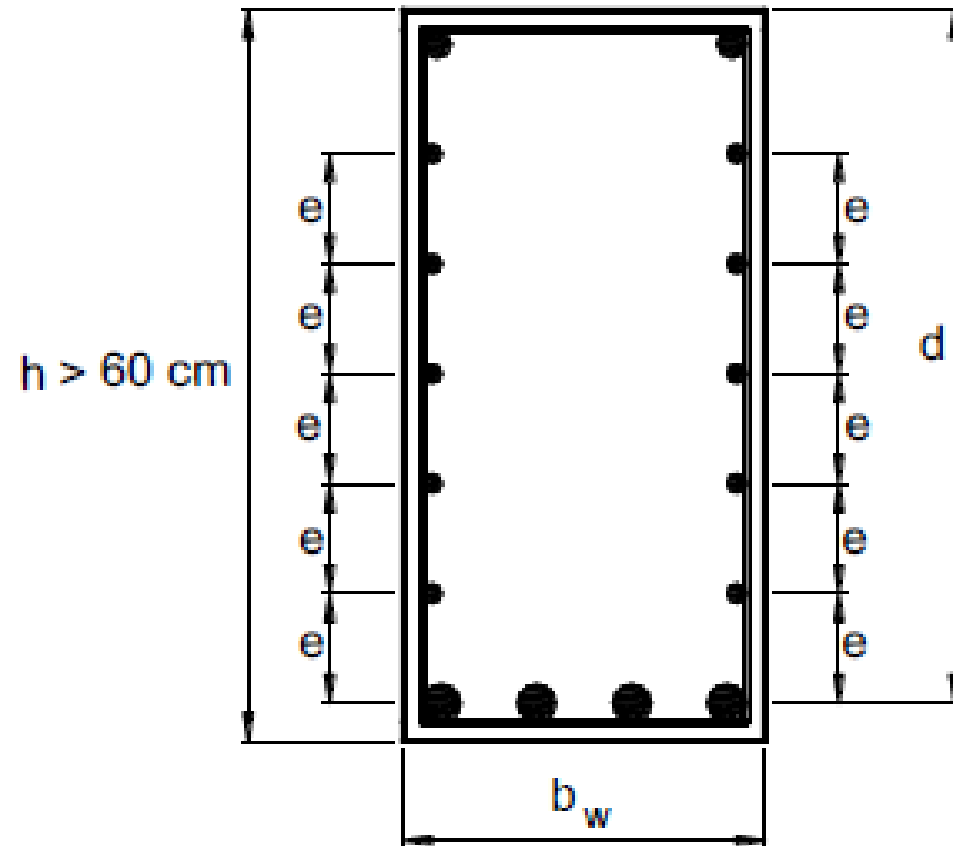
# A escolha da armadura

Detalhamentos com uma única camada resultam seções mais resistentes que seções com duas ou mais camadas de barras, pois quanto mais próximo estiver o centro de gravidade da armadura à borda tracionada, maior será a resistência da seção



# Armaduras

---



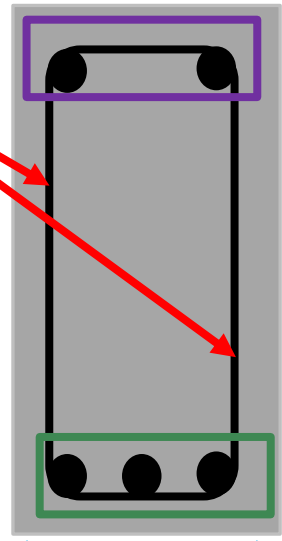
estribo

Altura da viga

$h$

Largura da viga

$b_w$



Armadura de compressão (se a viga for de armadura dupla) ou montagem

Altura útil

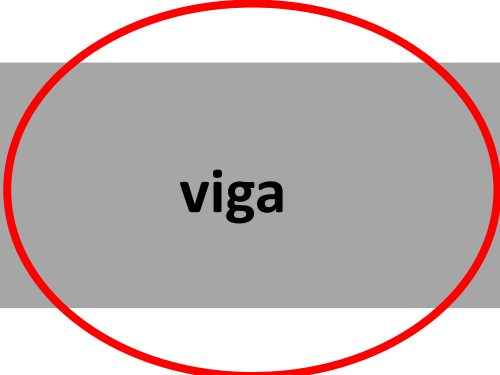
$d$

Armadura de tração

$c$

Cobrimento (de acordo com a classe de agressividade ambiental)

pilar



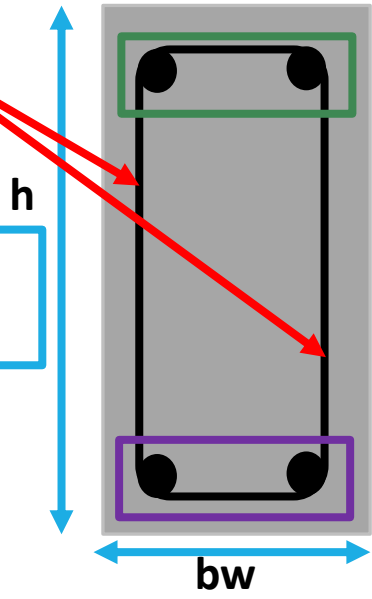
viga

pilar

estribo

Altura da viga

Largura da viga

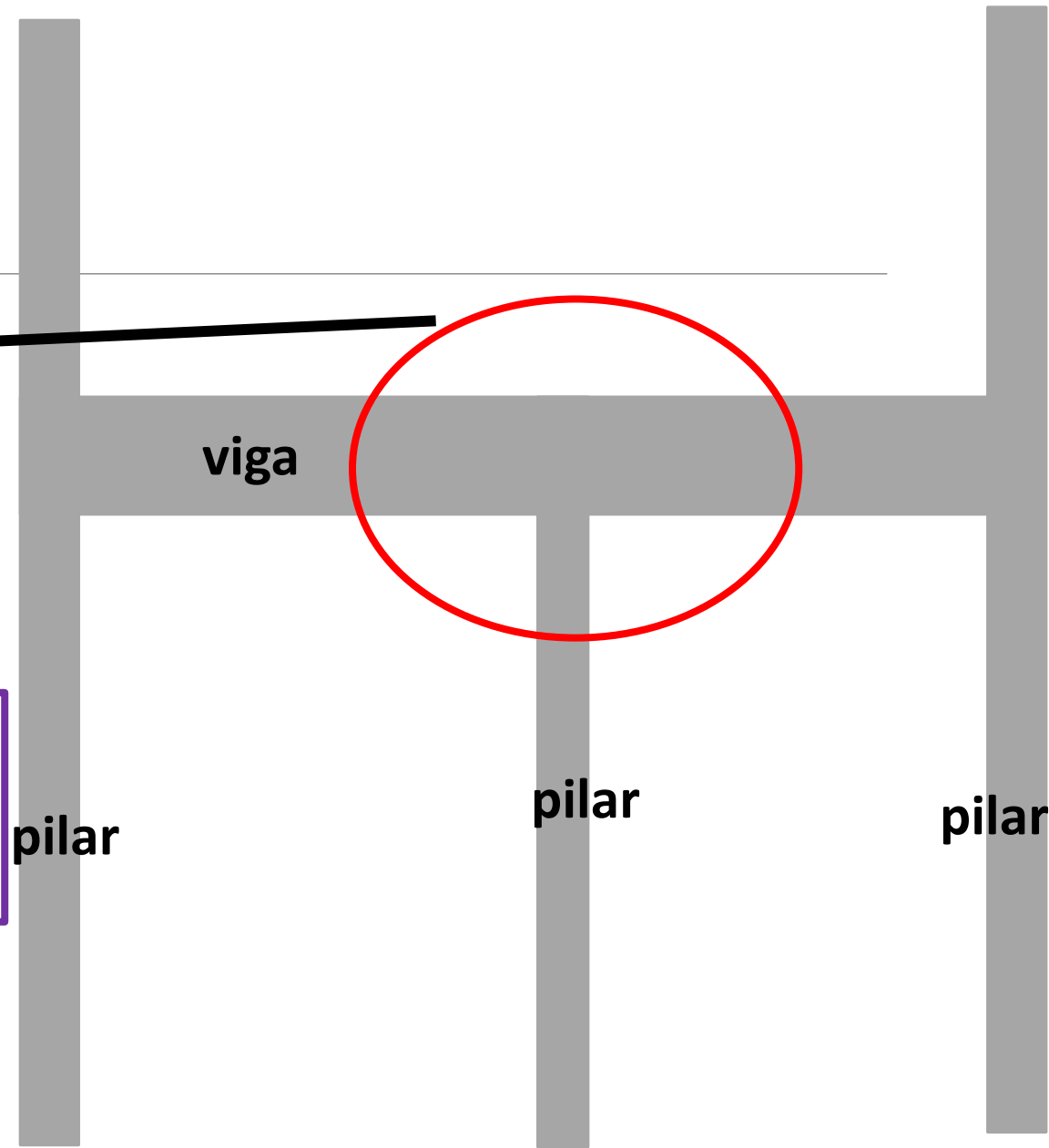


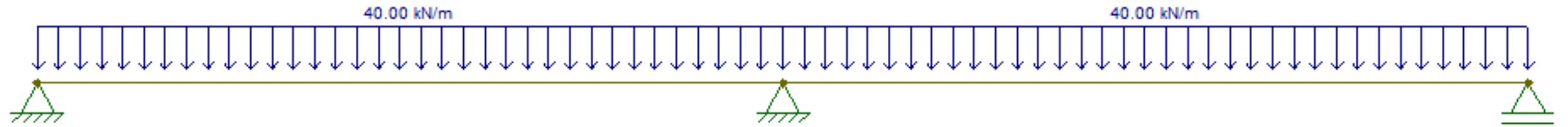
Armadura de tração

Altura útil

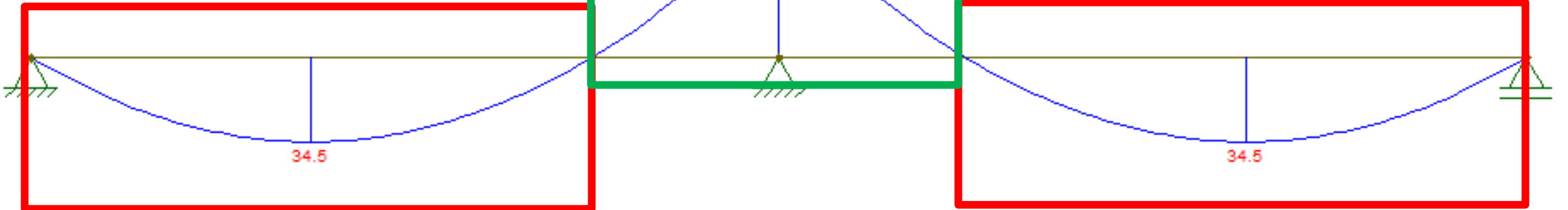
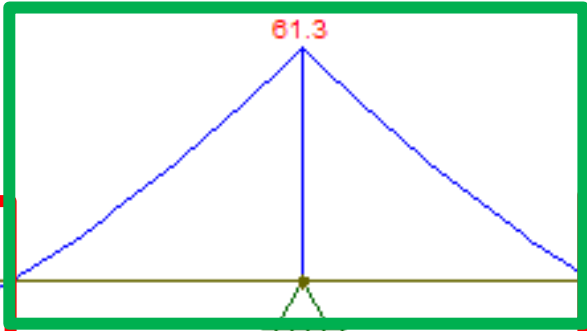
Armadura de compressão (se a viga for de armadura dupla) ou montagem

Cobrimento (de acordo com a classe de agressividade ambiental)





**Momento fletor negativo**



**Momento fletor positivo**

# Área de aço máxima

---

$$A_s + A'_s \leq 0,04 * A_c$$

Sendo

$A_s$  a área de aço de combate ao esforço de tração

$A'_s$  a área de aço de combate ao esforço de compressão

$A_c$  área de concreto

# Área de aço mínima

---

$$A_{s,mín} = 0,15\% * b_w * h$$

Sendo

$A_{s,mín}$  área de aço mínima da seção

$b_w$  largura da viga

$h$  altura da viga

# Taxa de armadura mínima

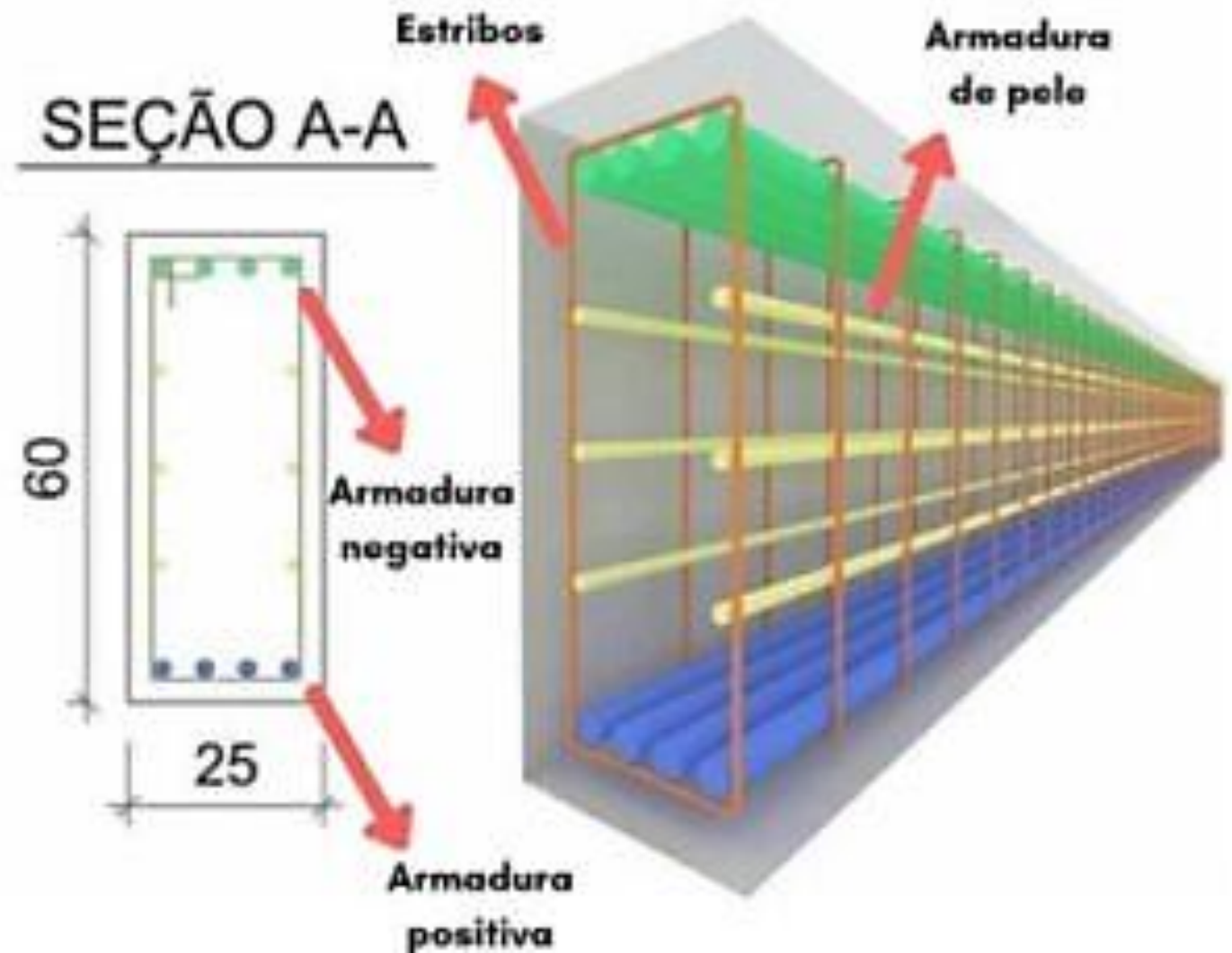
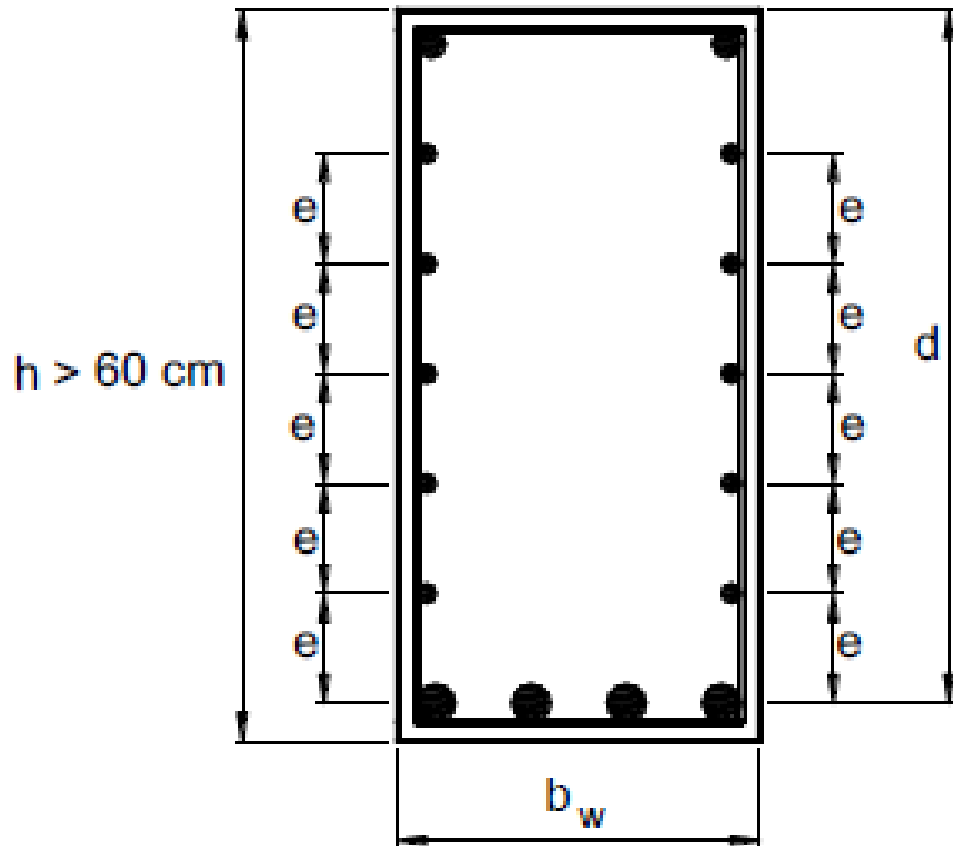
$$\rho_{mín} = \frac{A_{s,mín}}{A_c}$$

**Tabela 17.3 – Taxas mínimas de armadura de flexão para vigas**

Forma da seção	Valores de $\rho_{mín}^a$ ( $A_{s,mín}/A_c$ ) %														
	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90
Retangular	0,150	0,150	0,150	0,164	0,179	0,194	0,208	0,211	0,219	0,226	0,233	0,239	0,245	0,251	0,256

<sup>a</sup> Os valores de  $\rho_{mín}$  estabelecidos nesta Tabela pressupõem o uso de aço CA-50,  $d/h = 0,8$  e  $\gamma_c = 1,4$  e  $\gamma_s = 1,15$ . Caso esses fatores sejam diferentes,  $\rho_{mín}$  deve ser recalculado.

# Armaduras





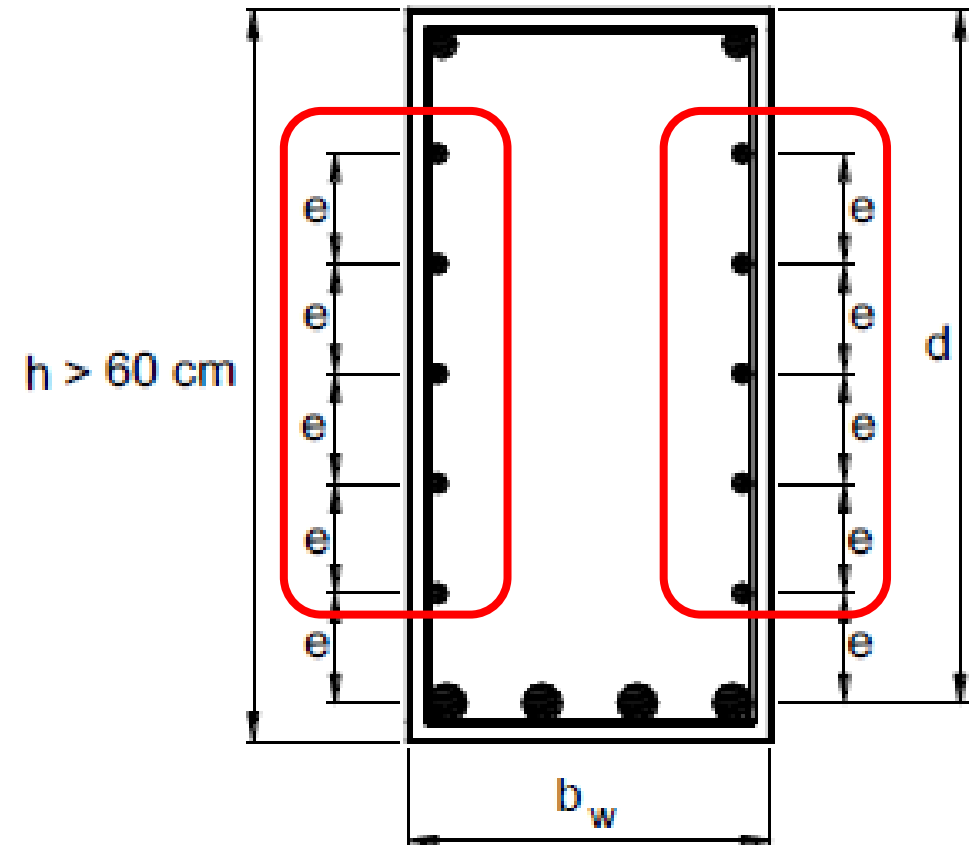
# Algumas disposições construtivas

## Armadura de pele

Segundo a NBR 6118 (17.3.5.2.3), nas vigas com  $h > 60$  cm deve ser colocada uma armadura lateral, chamada *armadura de pele*

composta por barras de CA-50 ou CA-60, com espaçamento não maior que 20 cm e devidamente ancorada nos apoios, com área mínima em **cada face da alma da viga** igual a

$$A_{sp,face} = 0,10\% * b_w * h$$



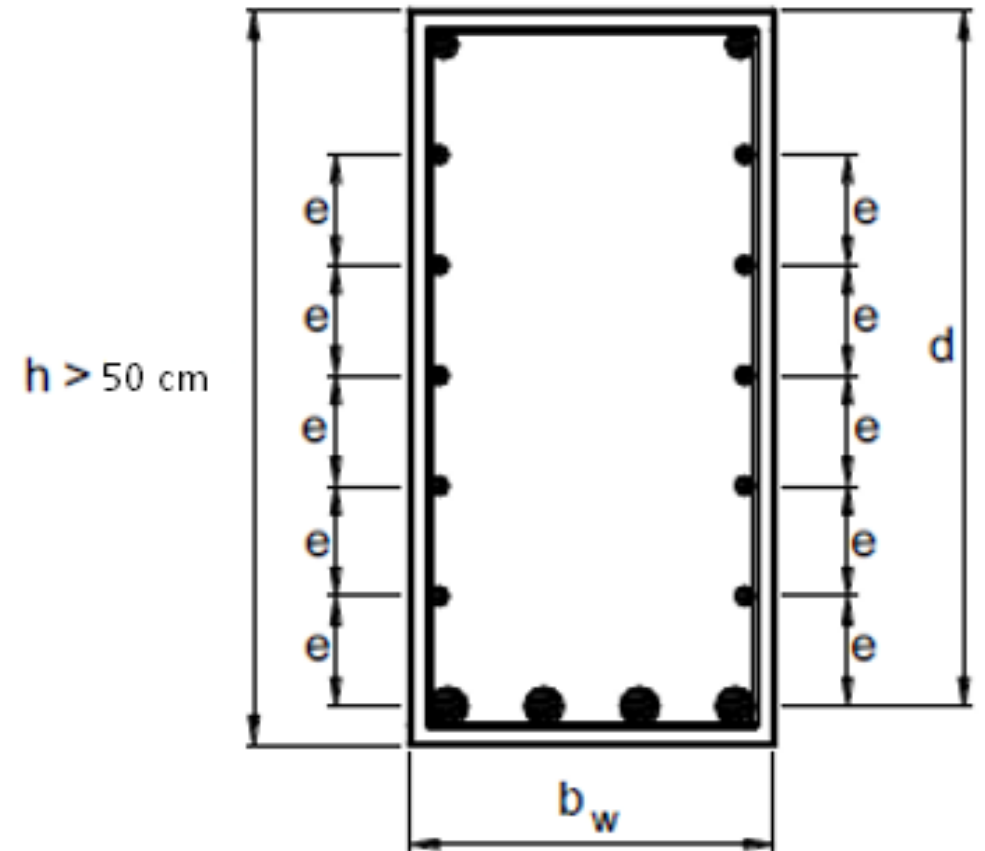
# Algumas disposições construtivas

## Armadura de pele

Recomenda-se o uso de armadura de pele em vigas com altura a partir de 50 cm, para evitar o aparecimento de fissuras superficiais por retração nas faces laterais verticais, e que acarretam preocupações aos executores da obra

Nesse caso:

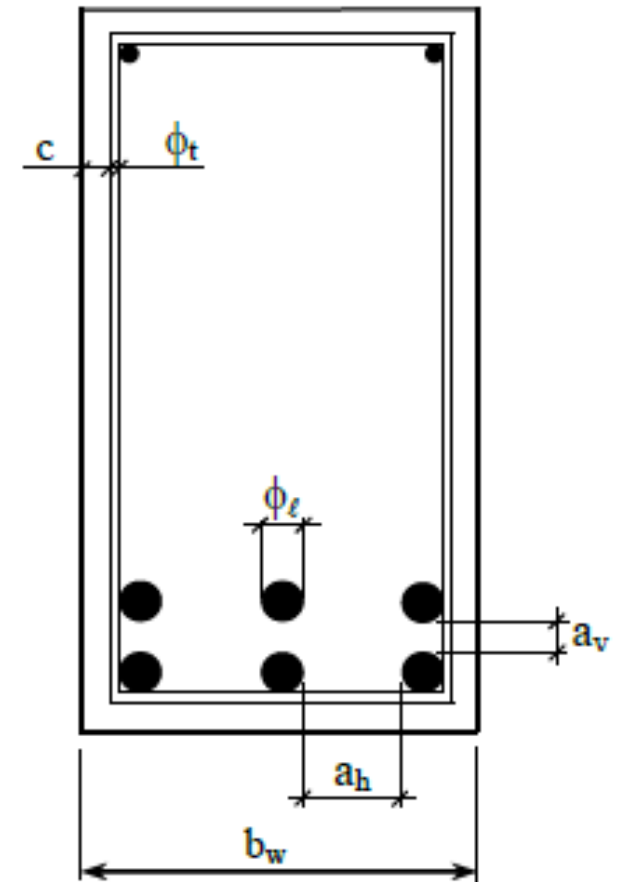
$$A_{sp,face} = 0,05\% * b_w * h$$



# Algumas disposições construtivas

## Espaçamentos mínimos entre vergalhões

A fim de garantir que o concreto penetre com facilidade dentro da fôrma e envolva completamente as barras de aço das armaduras, a NBR 6118 (18.3.2.2) estabelece os seguintes espaçamentos livres mínimos entre as faces das barras (NBR 6118, 18.3.2.2)



# Algumas disposições construtivas

## Espaçamentos mínimos entre vergalhões

Na direção horizontal ( $a_h$ )

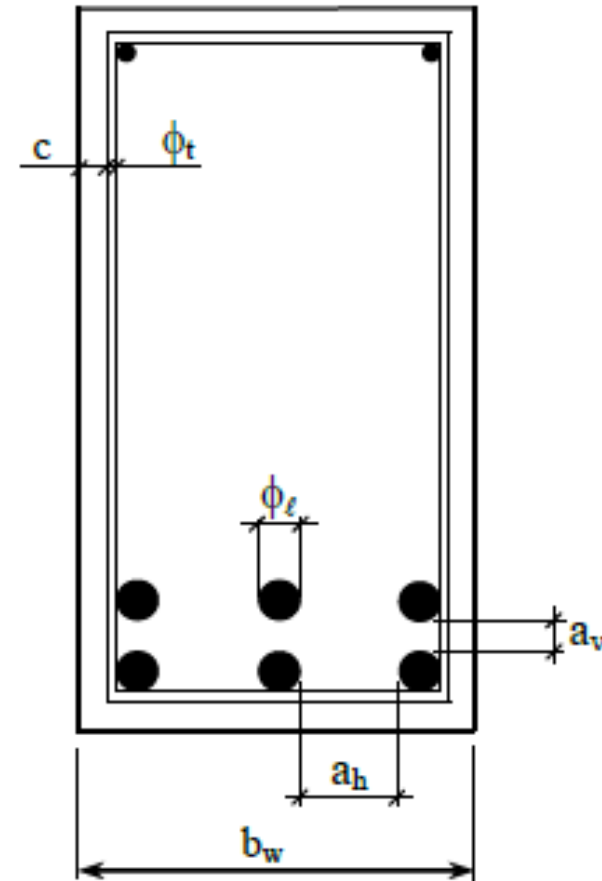
$$a_{h,mín} \begin{cases} 2 \text{ cm} \\ \phi_l \\ 1,2 * d_{máx.agregado} \end{cases}$$

Na direção vertical ( $a_v$ )

$$a_{v,mín} \begin{cases} 2 \text{ cm} \\ \phi_l \\ 0,5 * d_{máx.agregado} \end{cases}$$

$\phi_l$  é o diâmetro da barra longitudinal

$d_{máx.agregado}$  é o diâmetro máximo do agregado graúdo utilizado no concreto



# Algumas disposições construtivas

## Espaçamentos mínimos entre vergalhões

Tabela A-4 – Área de aço e largura  $b_w$  mínima.

Diâm. (mm)	$A_s$ (cm <sup>2</sup> ) $b_w$ (cm)	Número de barras										
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
4,2	As	0,14	0,28	0,42	0,56	0,70	0,84	0,98	1,12	1,26	1,40	
	$b_w$	Br. 1	-	8	11	14	16	19	22	25	27	30
		Br. 2	-	9	13	16	19	23	26	30	33	36
5	As	0,20	0,40	0,60	0,80	1,00	1,20	1,40	1,60	1,80	2,00	
	$b_w$	Br. 1	-	9	11	14	17	20	22	25	28	31
		Br. 2	-	9	13	16	20	23	27	30	34	37
6,3	As	0,31	0,62	0,93	1,24	1,55	1,86	2,17	2,48	2,79	3,10	
	$b_w$	Br. 1	-	9	12	15	18	20	23	26	29	32
		Br. 2	-	10	13	17	20	24	28	31	35	39
8	As	0,50	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	3,50	4,00	4,50	5,00	
	$b_w$	Br. 1	-	9	12	15	18	21	25	28	31	34
		Br. 2	-	10	14	17	21	25	29	33	36	40
10	As	0,80	1,60	2,40	3,20	4,00	4,80	5,60	6,40	7,20	8,00	
	$b_w$	Br. 1	-	10	13	16	19	23	26	29	33	36
		Br. 2	-	10	14	18	22	26	30	34	38	42
	As	1,25	2,50	3,75	5,00	6,25	7,50	8,75	10,00	11,25	12,50	

# Exemplo 3

Detalhe a armadura de  $4\phi 12,5 \text{ mm}$  da viga do exemplo 1

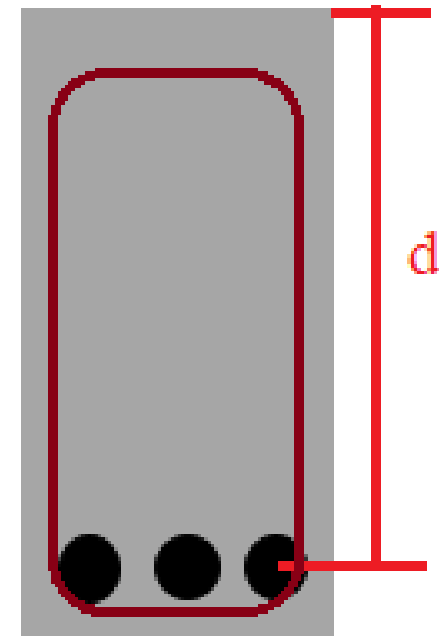
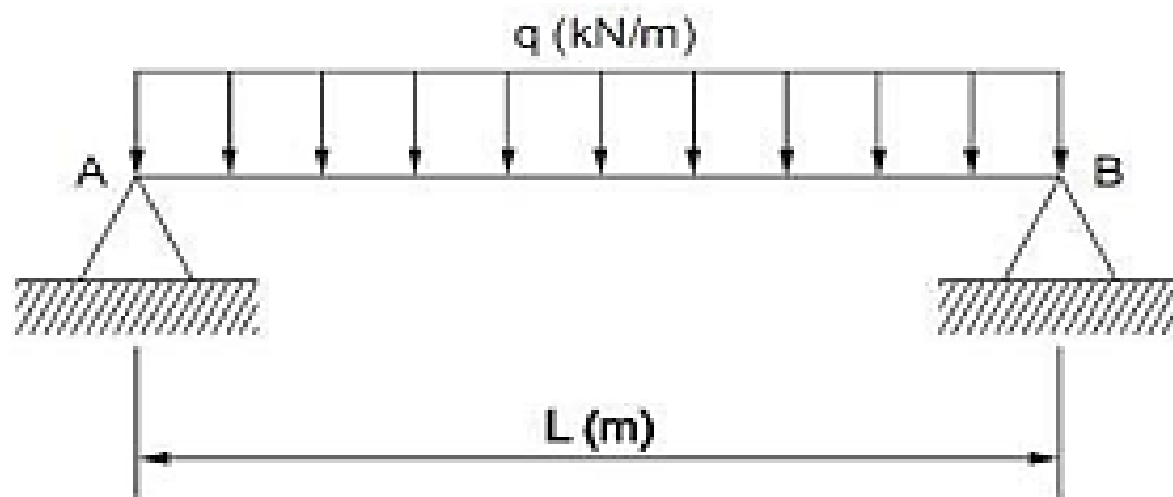


Imagem representativa da seção transversal

# Resolução

---

## 1. Taxa de armadura mínima

$$\rho = \frac{A_s}{A_c} * 100\%$$

$$\rho = \frac{4 * \left(\frac{\pi * d^2}{4}\right)}{b_w * h} * 100\%$$

$$\rho = \frac{4 * \left(\frac{\pi * 1,25^2}{4}\right)}{15 * 40} * 100\%$$

$$\rho = 0,813\%$$

Pela tabela para concreto com  $f_{ck}=25$  MPa:

$$\rho_{mín} = 0,15\%$$

$$\rightarrow \rho = 0,813\% > \rho_{mín} = 0,15\%$$

→ OK!!

**Tabela 17.3 – Taxas mínimas de armadura de flexão para vigas**

Forma da seção	Valores de $\rho_{mín}^a$ ( $A_{s,mín}/A_c$ ) %														
	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90
Retangular	0,150	0,150	0,150	0,164	0,179	0,194	0,208	0,211	0,219	0,226	0,233	0,239	0,245	0,251	0,256

<sup>a</sup> Os valores de  $\rho_{mín}$  estabelecidos nesta Tabela pressupõem o uso de aço CA-50,  $d/h = 0,8$  e  $\gamma_c = 1,4$  e  $\gamma_s = 1,15$ . Caso esses fatores sejam diferentes,  $\rho_{mín}$  deve ser recalculado.

$$\rho = 0,813\%$$

Pela tabela para concreto com  $f_{ck}=25$  MPa:

$$\rho_{mín} = 0,15\%$$

$$\rightarrow \rho = 0,813\% > \rho_{mín} = 0,15\%$$

→ OK!!

# Resolução

---

## 2. Área de aço máxima

$$A_s + A'_s \leq 0,04 * A_c$$

$$A_s = 4 * \left( \frac{\pi * 1,25^2}{4} \right)$$

$$A'_s = 0$$

$$A_c = b_w * h$$

$$A_c = 15 * 40$$

$$A_s + A'_s = 4,89 + 0 \leq 0,04 * 15 * 40 = 24 \text{ cm}^2$$

→OK

# Resolução

---

## 3. armadura de pele

A viga tem seção 15x40 cm

→ segundo a NBR 6118/2014, não necessita de armadura de pele pois  $h=40\text{ cm} < 60\text{ cm}$

Caso a altura  $h$  da viga fosse 50 cm ou 55 cm colocaríamos uma armadura de pele

# Resolução

---

## 4. espaçamentos mínimos

Na direção horizontal ( $a_h$ )

$$a_{h,mín} \begin{cases} 2 \text{ cm} \\ \phi_l = 12,5 \text{ mm} \\ 1,2 * d_{máx.agregado} = 1,2 * 19 \text{ mm} = 22,8 \text{ mm} = 2,3 \text{ cm} \end{cases}$$
$$a_{h,mín} \text{ adotado} = 2,3 \text{ cm}$$

Na direção vertical ( $a_v$ )

$$a_{v,mín} \begin{cases} 2 \text{ cm} \\ \phi_l = 12,5 \text{ mm} \\ 0,5 * d_{máx.agregado} = 9,5 \text{ mm} \end{cases}$$

$$a_{v,mín} \text{ adotado} = 2 \text{ cm}$$

# Resolução

## 4. espaçamento horizontal mínimo

Tabela A-4 – Área de aço e largura  $b_w$  mínima.

Diâm. (mm)	$A_s$ (cm <sup>2</sup> ) $b_w$ (cm)	Número de barras										
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
4,2	As	0,14	0,28	0,42	0,56	0,70	0,84	0,98	1,12	1,26	1,40	
	$b_w$	Br. 1	-	8	11	14	16	19	22	25	27	30
		Br. 2	-	9	13	16	19	23	26	30	33	36
5	As	0,20	0,40	0,60	0,80	1,00	1,20	1,40	1,60	1,80	2,00	
	$b_w$	Br. 1	-	9	11	14	17	20	22	25	28	31
		Br. 2	-	9	13	16	20	23	27	30	34	37
6,3	As	0,31	0,62	0,93	1,24	1,55	1,86	2,17	2,48	2,79	3,10	
	$b_w$	Br. 1	-	9	12	15	18	20	23	26	29	32
		Br. 2	-	10	13	17	20	24	28	31	35	39
8	As	0,50	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	3,50	4,00	4,50	5,00	
	$b_w$	Br. 1	-	9	12	15	18	21	25	28	31	34
		Br. 2	-	10	14	17	21	25	29	33	36	40
10	As	0,80	1,60	2,40	3,20	4,00	4,80	5,60	6,40	7,20	8,00	
	$b_w$	Br. 1	-	10	13	16	19	23	26	29	33	36
		Br. 2	-	10	14	18	22	26	30	34	38	42
12,5	As	1,25	2,50	3,75	5,00	6,25	7,50	8,75	10,00	11,25	12,50	
	$b_w$	Br. 1	-	10	14	17	21	24	28	31	35	38
		Br. 2	-	11	15	19	24	28	32	36	41	45
16	As	2,00	4,00	6,00	8,00	10,00	12,00	14,00	16,00	18,00	20,00	
	$b_w$	Br. 1	-	11	15	19	22	26	30	34	38	42
		Br. 2	-	11	16	21	25	30	34	39	44	48

# Resolução

## 4. espaçamento horizontal mínimo

Tabela A-4 – Área de aço e largura  $b_w$  mínima.

Diâm. (mm)	$A_s$ (cm <sup>2</sup> ) $b_w$ (cm)	Número de barras										
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
4,2	$A_s$	0,14	0,28	0,42	0,56	0,70	0,84	0,98	1,12	1,26	1,40	
	$b_w$	Br. 1	-	8	11	14	16	19	22	25	27	30
		Br. 2	-	9	13	16	19	23	26	30	33	36
5	$A_s$	0,20	0,40	0,60	0,80	1,00	1,20	1,40	1,60	1,80	2,00	
	$b_w$	Br. 1	-	9	11	14	17	20	22	25	28	31
		Br. 2	-	9	13	16	20	23	27	30	34	37
6,3	$A_s$	0,31	0,62	0,93	1,24	1,55	1,86	2,17	2,48	2,79	3,10	
	$b_w$	Br. 1	-	9	12	15	18	20	23	26	29	32
		Br. 2	-	10	13	17	20	24	28	31	35	39
8	$A_s$	0,50	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	3,50	4,00	4,50	5,00	
	$b_w$	Br. 1	-	9	12	15	18	21	25	28	31	34
		Br. 2	-	10	14	17	21	25	29	33	36	40
10	$A_s$	0,80	1,60	2,40	3,20	4,00	4,80	5,60	6,40	7,20	8,00	
	$b_w$	Br. 1	-	10	13	16	19	23	26	29	33	36
		Br. 2	-	10	14	18	22	26	30	34	38	42
12,5	$A_s$	1,25	2,50	3,75	5,00	6,25	7,50	8,75	10,00	11,25	12,50	
	$b_w$	Br. 1	-	10	14	17	21	24	28	31	35	38
		Br. 2	-	11	15	19	24	28	32	36	41	45
16	$A_s$	2,00	4,00	6,00	8,00	10,00	12,00	14,00	16,00	18,00	20,00	
	$b_w$	Br. 1	-	11	15	19	22	26	30	34	38	42
		Br. 2	-	11	16	21	25	30	34	39	44	48

# Resolução

## 4. espaçamento horizontal mínimo

Número de barras possíveis de serem colocadas na viga de largura  $b_w$

Tabela A-4 – Área de aço e largura  $b_w$  mínima.

Diâm. (mm)	$A_s$ (cm <sup>2</sup> ) $b_w$ (cm)	Número de barras										
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
4,2	$A_s$	0,14	0,28	0,42	0,56	0,70	0,84	0,98	1,12	1,26	1,40	
	$b_w$	Br. 1	-	8	11	14	16	19	22	25	27	30
		Br. 2	-	9	13	16	19	23	26	30	33	36
5	$A_s$	0,20	0,40	0,60	0,80	1,00	1,20	1,40	1,60	1,80	2,00	
	$b_w$	Br. 1	-	9	11	14	17	20	22	25	28	31
		Br. 2	-	9	13	16	20	23	27	30	34	37
6,3	$A_s$	0,31	0,62	0,93	1,24	1,55	1,86	2,17	2,48	2,79	3,10	
	$b_w$	Br. 1	-	9	12	15	18	20	23	26	29	32
		Br. 2	-	10	13	17	20	24	28	31	35	39
8	$A_s$	0,50	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	3,50	4,00	4,50	5,00	
	$b_w$	Br. 1	-	9	12	15	18	21	25	28	31	34
		Br. 2	-	10	14	17	21	25	29	33	36	40
10	$A_s$	0,80	1,60	2,40	3,20	4,00	4,80	5,60	6,40	7,20	8,00	
	$b_w$	Br. 1	-	10	13	16	19	23	26	29	33	36
		Br. 2	-	10	14	18	22	26	30	34	38	42
12,5	$A_s$	1,25	2,50	3,75	5,00	6,25	7,50	8,75	10,00	11,25	12,50	
	$b_w$	Br. 1	-	10	14	17	21	24	28	31	35	38
		Br. 2	-	11	15	19	24	28	32	36	41	45
16	$A_s$	2,00	4,00	6,00	8,00	10,00	12,00	14,00	16,00	18,00	20,00	
	$b_w$	Br. 1	-	11	15	19	22	26	30	34	38	42
		Br. 2	-	11	16	21	25	30	34	39	44	48

# Resolução

## 4. espaçamento horizontal mínimo

Área de aço **máxima** possível de se inserir em **uma única camada** para o diâmetro especificado

Número de barras possíveis de serem colocadas na viga de largura  $b_w$

largura ( $b_w$ ) que a viga deveria ter para comportar a quantidade de barras especificadas

Tabela A-4 – Área de aço e largura  $b_w$  mínima.

Diâm. (mm)	$A_s$ (cm <sup>2</sup> ) $b_w$ (cm)	Número de barras										
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
4,2	$A_s$	0,14	0,28	0,42	0,56	0,70	0,84	0,98	1,12	1,26	1,40	
	$b_w$	Et. 1	-	8	11	14	16	19	22	25	27	30
		Et. 2	-	9	13	16	19	23	26	30	33	36
5	$A_s$	0,20	0,40	0,60	0,80	1,00	1,20	1,40	1,60	1,80	2,00	
	$b_w$	Et. 1	-	9	11	14	17	20	22	25	28	31
		Et. 2	-	9	13	16	20	23	27	30	34	37
6,3	$A_s$	0,31	0,62	0,93	1,24	1,55	1,86	2,17	2,48	2,79	3,10	
	$b_w$	Et. 1	-	9	12	15	18	20	23	26	29	32
		Et. 2	-	10	13	17	20	24	28	31	35	39
8	$A_s$	0,50	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	3,50	4,00	4,50	5,00	
	$b_w$	Et. 1	-	9	12	15	18	21	25	28	31	34
		Et. 2	-	10	14	17	21	25	29	33	36	40
10	$A_s$	0,80	1,60	2,40	3,20	4,00	4,80	5,60	6,40	7,20	8,00	
	$b_w$	Et. 1	-	10	13	16	19	23	26	29	33	36
		Et. 2	-	10	14	18	22	26	30	34	38	42
12,5	$A_s$	1,25	2,50	3,75	5,00	6,25	7,50	8,75	10,00	11,25	12,50	
	$b_w$	Br. 1	-	10	14	17	21	24	28	31	35	38
		Br. 2	-	11	15	19	24	28	32	36	41	45
16	$A_s$	2,00	4,00	6,00	8,00	10,00	12,00	14,00	16,00	18,00	20,00	
	$b_w$	Br. 1	-	11	15	19	22	26	30	34	38	42
		Br. 2	-	11	16	21	25	30	34	39	44	48

# Resolução

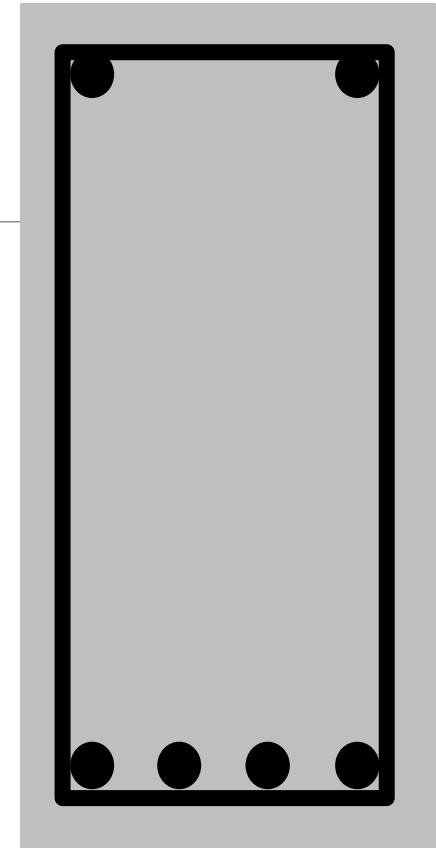
---

## 4. espaçamento horizontal mínimo

Área de aço ( $A_s$ )= 4,89 cm<sup>2</sup>

Armadura escolhida= 4Ø12,5 mm

Conforme tabela anterior, não é possível inserir uma única camada de armadura, pois a disposição da armadura o  $b_w \neq 17$  cm e não atenderia ao espaçamento mínimo horizontal de 2,3 mm de forma a não dificultar o processo de vibração ou o aparecimento de “ninhos de concretagem” (espaços vazios) na viga



Disposição de armadura 4Ø12,5 mm em camada única não viável

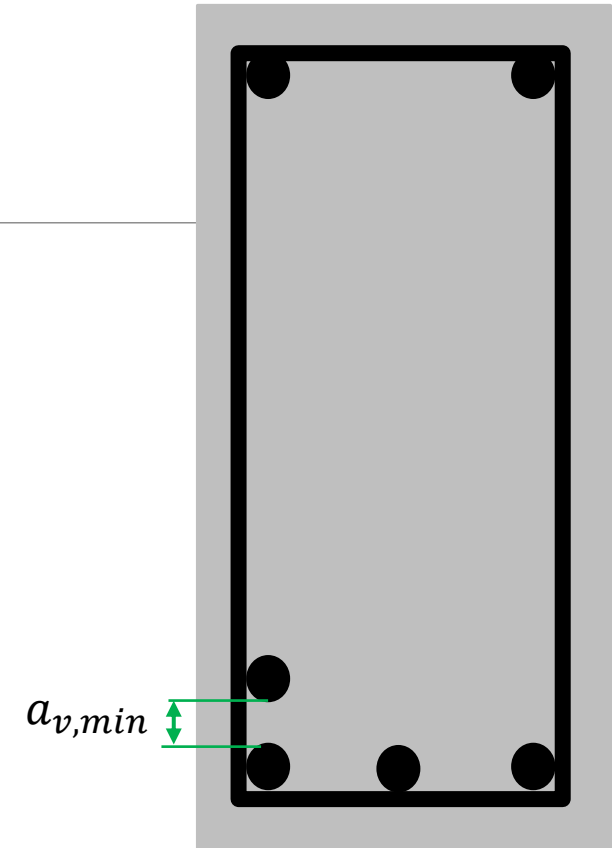
# Resolução

## 4. espaçamento horizontal mínimo

Área de aço ( $A_s$ )= 4,89 cm<sup>2</sup>

Armadura escolhida= 4Ø12,5 mm

Conforme tabela anterior, não é possível inserir uma única camada de armadura, pois a disposição da armadura o  $b_w \neq 17$  cm e não atenderia ao espaçamento mínimo horizontal de 2,3 mm de forma a não dificultar o processo de vibração ou o aparecimento de “ninhos de concretagem” (espaços vazios) na viga



Disposição de armadura 4Ø12,5 mm em duas camadas sem simetria da armadura. Nesse caso, a distribuição de forças não seria uniforme na peça. Não é a melhor situação.

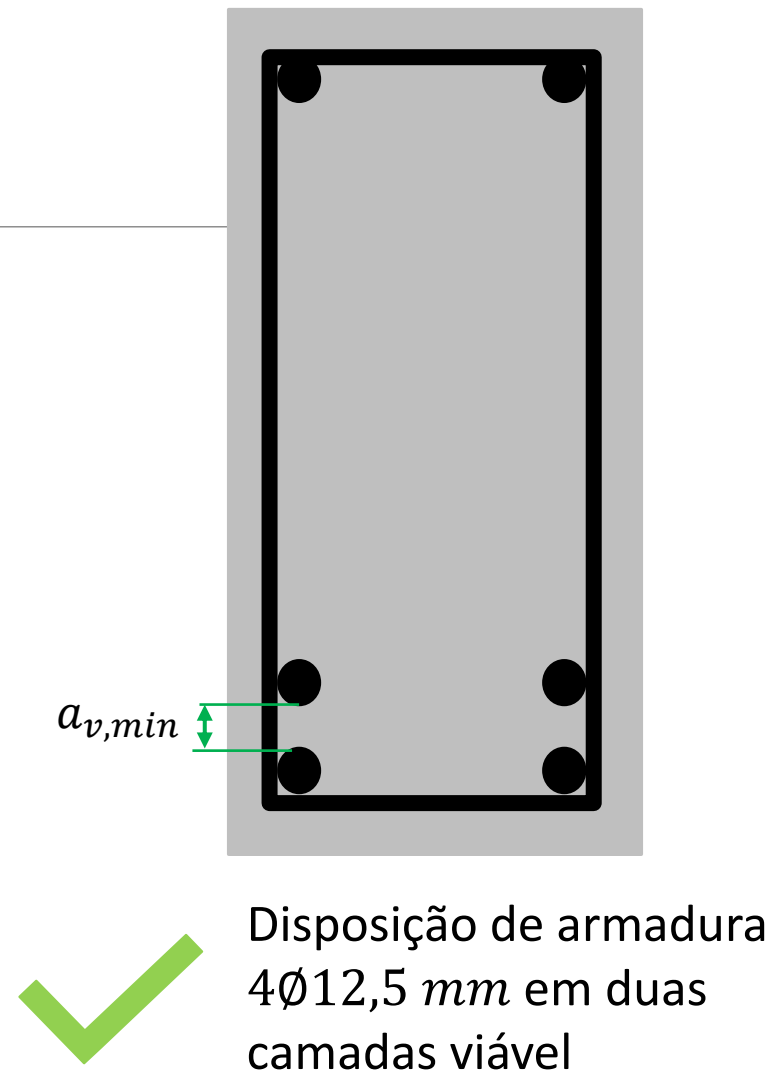
# Resolução

## 4. espaçamento horizontal mínimo

Área de aço ( $A_s$ )= 4,89 cm<sup>2</sup>

Armadura escolhida= 4Ø12,5 mm

Conforme tabela anterior, não é possível inserir uma única camada de armadura, pois a disposição da armadura o  $b_w \neq 17$  cm e não atenderia ao espaçamento mínimo horizontal de 2,3 mm de forma a não dificultar o processo de vibração ou o aparecimento de “ninhos de concretagem” (espaços vazios) na viga



# Resolução

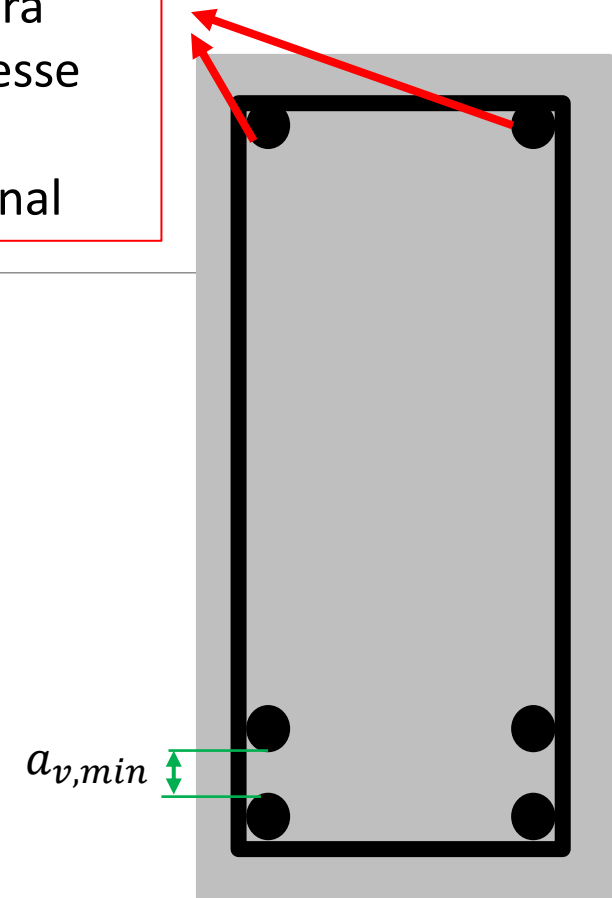
Armadura de montagem para ancoramento do estribo. Nesse caso, pode ser adotada a armadura mínima longitudinal

## 4. espaçamento horizontal mínimo

Área de aço ( $A_s$ )= 4,89 cm<sup>2</sup>

Armadura escolhida= 4Ø12,5 mm

Conforme tabela anterior, não é possível inserir uma única camada de armadura, pois a disposição da armadura o  $b_w \neq 17$  cm e não atenderia ao espaçamento mínimo horizontal de 2,3 mm de forma a não dificultar o processo de vibração ou o aparecimento de “ninhos de concretagem” (espaços vazios) na viga





# Exemplo 3

---

Para a viga indicada na Figura seguinte, calcular a armadura longitudinal de flexão. Escolha a armadura e defina a distribuição dela na viga, justificando a sua escolha. Verifique se a viga precisa de armadura de pele, se atende a armadura máxima e mínima. São conhecidos:

$$M_{k,m\acute{a}x} = + 10.000 \text{ kN.cm}$$

$$\gamma_c = \gamma_f = 1,4 \quad ; \quad \gamma_s = 1,15$$

concreto C20 ( $f_{ck} = 20 \text{ MPa}$ , Grupo I)

aço CA-50

$\phi_t = 5 \text{ mm}$  (diâmetro do estribo)

concreto com brita 1 ( $d_{m\acute{a}x} = 19 \text{ mm}$ ), sem brita 2

$$h = 50 \text{ cm}$$

$$b_w = 20 \text{ cm}$$

$$d = 47 \text{ cm (altura útil)}$$

$$c = 2,0 \text{ cm (cobrimento nominal)}$$

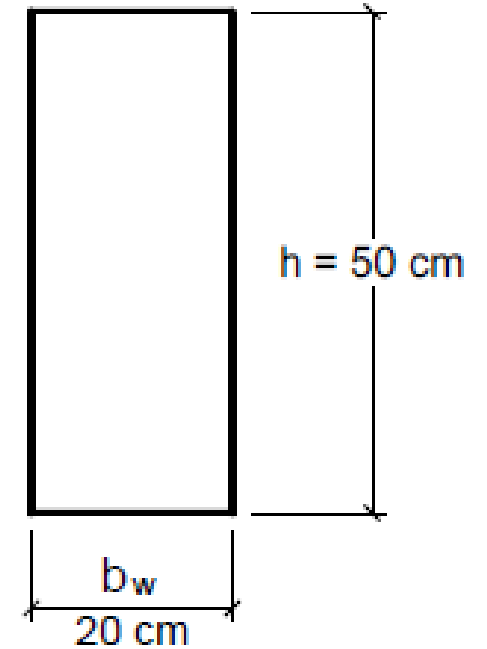
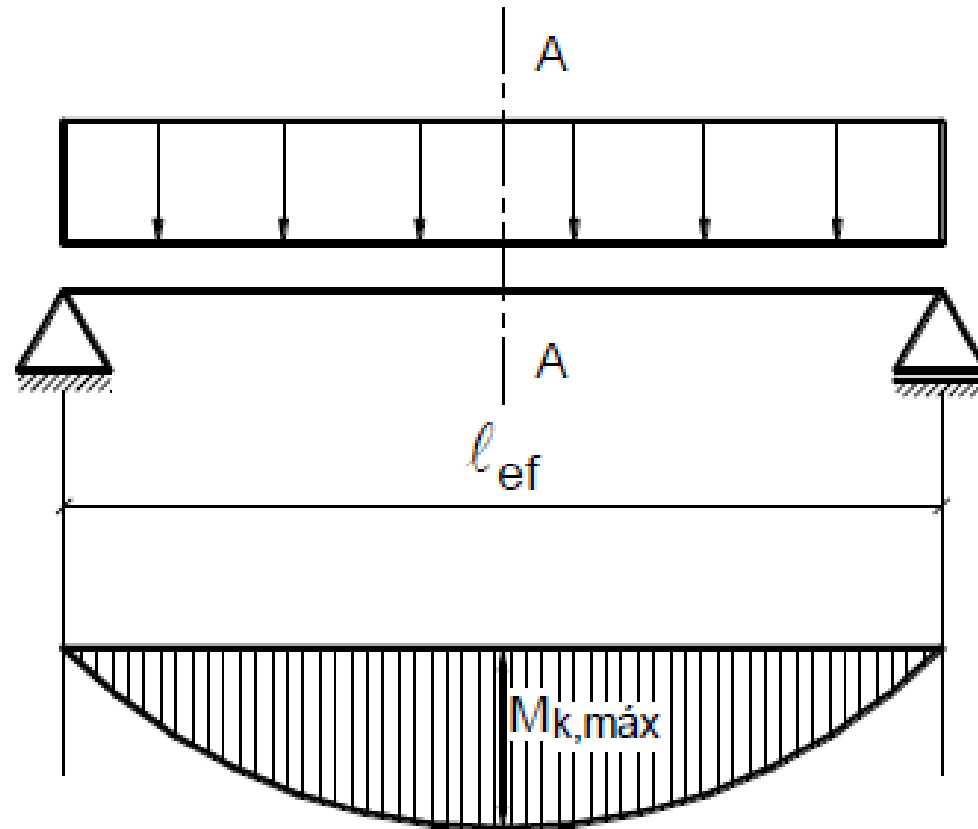
# Resolução

## 1. momento solicitante de projeto

$$M_{sd} = \gamma_c * M_{k,máx}$$

$$M_{sd} = 1,4 * 10.000$$

$$M_{sd} = 14.000 \text{ kN.cm}$$



# Resolução: equações de equilíbrio

---

## *Etapa 2 : determinação da altura neutra*

$$M_{sd} = \alpha_c * f_{cd} * \lambda * x * b_w * \left(d - \frac{\lambda x}{2}\right) \text{ (TODAS AS UNIDADES EM kN e cm)}$$

$$f_{ck} = 20 \text{ MPa} \rightarrow \text{grupo I} \rightarrow \alpha_c = 0,85 \text{ e } \lambda = 0,8$$

$$14.000 = 0,85 * \left(\frac{2,0}{1,4}\right) * 0,8 * x * 20 * \left(47 - \frac{0,8 * x}{2}\right)$$

# Resolução: equações de equilíbrio

---

$$14.000 = 0,85 * \left(\frac{2,0}{1,4}\right) * 0,8 * x * 20 * \left(47 - \frac{0,8*x}{2}\right)$$

$$14.000 / \left(0,85 * \left(\frac{2,0}{1,4}\right) * 0,8 * 20\right) = x * \left(47 - \frac{0,8*x}{2}\right)$$

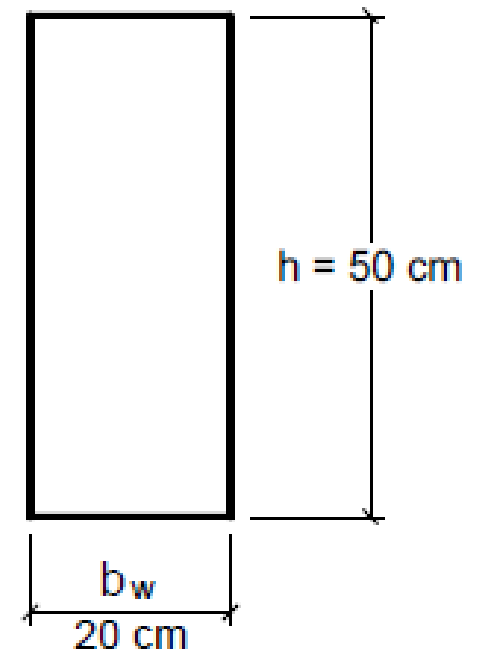
$$720,6 = 47 * x - 0,4 * x^2$$

$$0 = -0,4 * x^2 + 47 * x - 720,6$$

$$x = \frac{-47 \pm \sqrt{47^2 - (4 * -0,4 * -720,6)}}{2 * -0,4}$$

$$X1 = 18,13 \text{ cm}$$

$$X2 = 99,37 \text{ cm}$$



# Resolução: equações de equilíbrio

## *Etapa 3 definição do domínio*

$$X = 18,13 \text{ cm}$$

$$x_{23} = 0,259 \cdot d = 0,259 \cdot 47$$

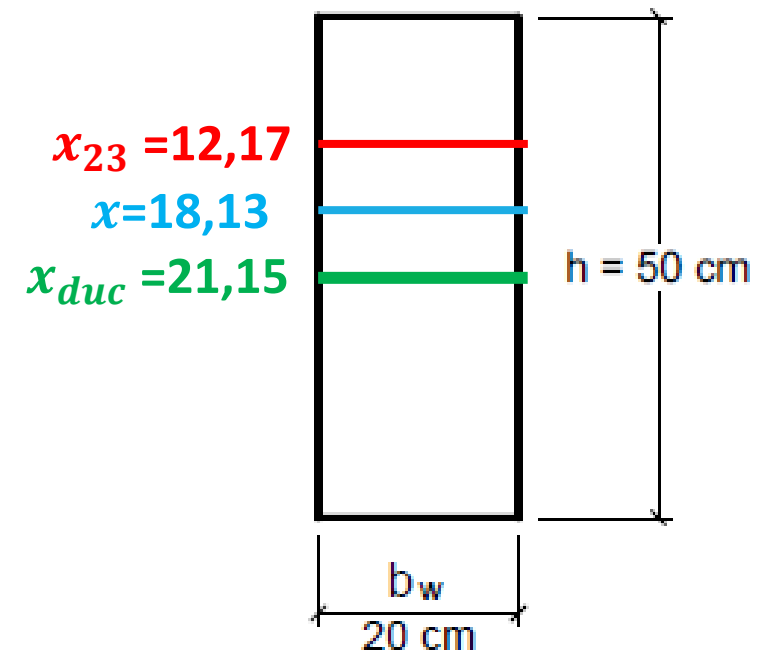
$$x_{23} = 12,17 \text{ cm} < 18,13 \text{ cm}$$

$$x_{duc} = 0,45 \cdot d = 0,45 \cdot 47$$

$$x_{duc} = 21,15 \text{ cm} < 18,13 \text{ cm}$$

**Domínio 3**

**Normalmente armada**



# Resolução: equações de equilíbrio

---

## *Etapa 4 área de aço*

$$A_s = \frac{M_{sd}}{f_{yd} * \left(d - \frac{\lambda * x}{2}\right)}$$

$$A_s = \frac{14.000}{\frac{50}{1,15} * \left(47 - \frac{0,8 * 18,13}{2}\right)}$$

$$A_s = 8,1 \text{ cm}^2$$

# Pela tabela kc e ks

---

$$K_c = \frac{b_w * d^2}{M_{sd}}$$

$$K_c = \frac{20 * 47^2}{14000}$$

$$K_c = 3,15$$

Para  $k_c=3,15 \rightarrow \beta=0,39 < 0,45 \rightarrow$  viga é dúctil e está no domínio 3

$$A_s = K_s * \frac{M_{sd}}{d}$$

$$A_s = K_s * \frac{M_{sd}}{d}$$

# Pela tabela kc e ks

---

$$K_c = 3,15 \rightarrow K_s = 0,027$$

$$A_s = K_s * \frac{M_{sd}}{d}$$

$$A_s = 0,027 * \frac{14000}{47}$$

$$A_s = 8,04 \text{ cm}^2$$

Diâmetro (mm)	Área unitária (cm <sup>2</sup> )	Números de b
6,3	= $\pi \cdot d^2/4 = 0,32$	$8,04/0,32=26$
8,0	0,50	$8,04/0,5=17$
10,0	0,78	$8,04/0,78=11$
12,5	1,23	$8,04/1,23=7$
16,0	2,01	$8,04/2,01=4$
20,0	3,14	$8,04/3,14=3$

